

Ejercicio balance de potencia

1. Realizar el balance de potencia para el circuito de la Figura 1, $\forall t$. Defina el sentido de las corrientes y la polaridad de los elementos del circuito a voluntad.
2. Nuevamente, para el circuito de la figura 1, seleccione valores adecuados de voltajes y corrientes; esto es, que no violen las leyes de Kirchhoff, y resuelva el circuito $\forall t$.

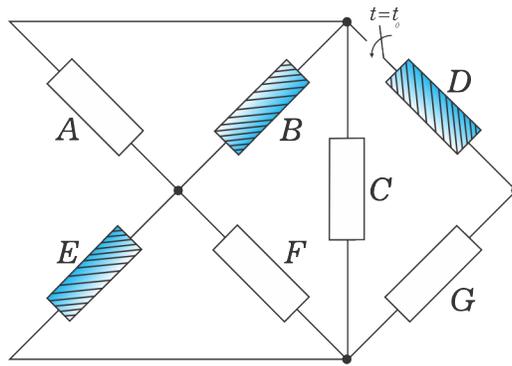


Figura 1: Para ejercicio balance de potencia

Solución

1. Definir el sentido de las corrientes y la polaridad de los elementos. Ver Figura 2.

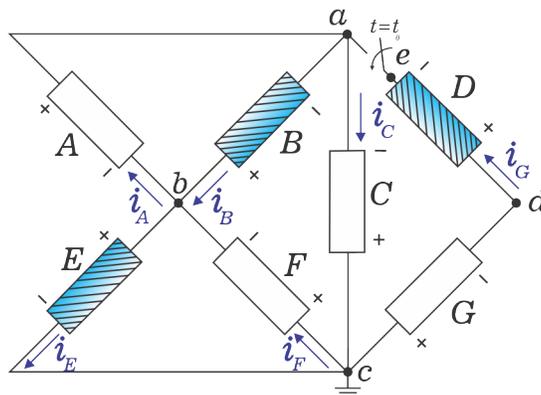


Figura 2: Circuito con sentido de corrientes y polaridad en sus elementos.

2. Resolver el circuito para $t < t_0$. Circuito redibujado en la Figura 3.

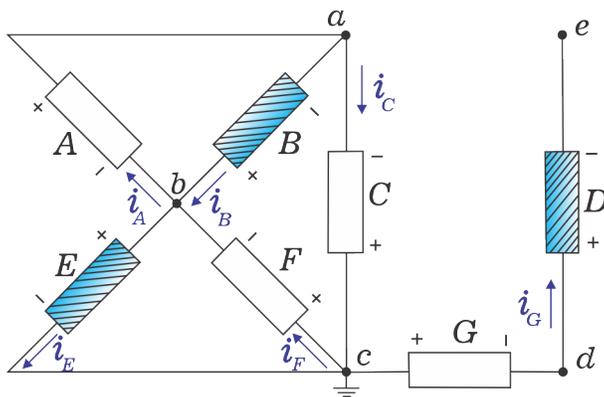


Figura 3: Circuito para $t < t_0$.

Debido a que el interruptor esta abierto, la corriente i_G es cero, lo que produce una diferencia de potencial igual a cero en G .

2.1 Hallar las ecuaciones de voltajes.

$$v_A = -v_B \quad (1)$$

$$v_E = -v_F \quad (2)$$

$$v_C = v_B + v_F \quad (3)$$

2.2 Hallar las ecuaciones de corrientes.

Nodo a

$$i_A - i_B - i_C = 0 \quad (4)$$

Nodo b

$$-i_A + i_B - i_E + i_F = 0 \quad (5)$$

2.3 Realizar el balance de potencia.

$$\begin{aligned}
\sum P &\stackrel{?}{=} 0 && \text{Sumatoria de potencia igual a cero.} \\
\pm P_A \pm P_B \pm P_C \pm P_D \pm P_E \pm P_F \pm P_G &\stackrel{?}{=} 0 && \text{Potencia en cada elemento.} \\
-P_A - P_B - P_C + P_D + P_E + P_F + P_G &\stackrel{?}{=} 0 && \text{Signo de acuerdo con sentido de corriente y polaridad de tensión.} \\
-v_A i_A - v_B i_B - v_C i_C + v_E i_E + v_F i_F &\stackrel{?}{=} 0 && \text{Potencia en terminos de voltaje y corriente.} \\
-v_A i_A + v_A i_B - (-v_A + v_F) i_C - v_F i_E + v_F i_F &\stackrel{?}{=} 0 && \text{Dado que } v_C \text{ es igual a } -v_A + v_F \\
-v_A i_A + v_A i_B + v_A i_C - v_F i_C - v_F i_E + v_F i_F &\stackrel{?}{=} 0 && \text{Expandiendo.} \\
v_A (-i_A + i_B + i_C) + v_F (-i_C - i_E + i_F) &\stackrel{?}{=} 0 && \text{Factorizando voltajes.} \\
v_A (-i_A + i_B + i_C) + v_F (-i_A + i_B - i_E + i_F) &\stackrel{?}{=} 0 && \text{Dado que } i_C \text{ es igual a } i_A - i_B. \\
v_A (0) + v_F (0) &= 0 && \text{De las ecuaciones 4 y 5.} \tag{6}
\end{aligned}$$

Véase en la ecuación 6 que sin importar el valor de v_A y v_F el término izquierdo es cero, por lo tanto se ha demostrado que la sumatoria de potencias si es igual a cero.

3. Realizar el balance de potencias en el circuito, dado en la Figura 4 para $t \geq t_0$.

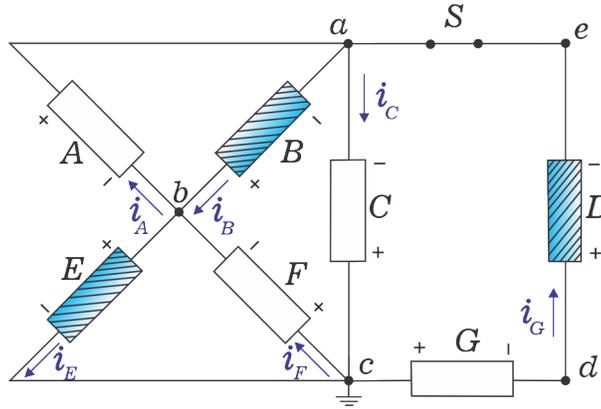


Figura 4: Circuito para $t \geq t_0$.

3.1 Hallar las ecuaciones de voltajes.

$$v_A = -v_B \tag{7}$$

$$v_E = -v_F \tag{8}$$

$$v_C = +v_B + v_F \tag{9}$$

$$v_G = -v_D + v_C \tag{10}$$

3.2 Hallar las ecuaciones de corrientes.

Nodo a

$$i_A - i_B - i_C + i_G = 0 \quad (11)$$

Nodo b

$$-i_A + i_B - i_E + i_F = 0 \quad (12)$$

Nodo d

$$i_D = i_G \quad (13)$$

3.3 Realizar el balance de potencia.

$$\begin{aligned}
 \sum P &\stackrel{?}{=} 0 && \text{Sumatoria de potencia igual a cero.} \\
 \pm P_A \pm P_B \pm P_C \pm P_D \pm P_E \pm P_F \pm P_G &\stackrel{?}{=} 0 && \text{Potencia en cada elemento.} \\
 -P_A - P_B - P_C + P_D + P_E + P_F + P_G &\stackrel{?}{=} 0 && \text{Signo de acuerdo con sentido de} \\
 &&& \text{corriente y polaridad de tensión.} \\
 -v_A i_A - v_B i_B - v_C i_C + v_D i_D + v_E i_E + v_F i_F + v_G i_G &\stackrel{?}{=} 0 && \text{Potencia en terminos de voltaje y} \\
 &&& \text{corriente.} \\
 -v_A i_A + v_A i_B - (-v_A + v_F) i_C + v_D i_D - v_F i_E \\
 + v_F i_F + (-v_D + v_C) i_G &\stackrel{?}{=} 0 && \text{Dado que } v_C \text{ es igual a } -v_A + v_F \\
 &&& \text{y } v_G \text{ es igual a } -v_D + v_C. \\
 -v_A i_A + v_A i_B + v_A i_C - v_F i_C + v_D i_D - v_F i_E + v_F i_F \\
 -v_D i_G - v_A i_G + v_F i_G &\stackrel{?}{=} 0 && \text{Expandiendo.} \\
 v_A (-i_A + i_B + i_C - i_G) + v_D (i_D - i_G) \\
 + v_F (-i_A + i_B - i_E + i_F) &\stackrel{?}{=} 0 && \text{Factorizando voltajes.} \\
 v_A (0) + v_D (0) + v_F (0) &= 0 && \text{De las ecuaciones 10, 11 y 12.} \quad (14)
 \end{aligned}$$

Véase en la ecuación 14 que sin importar el valor de v_A , v_D y v_F el término izquierdo es cero, por lo tanto se ha demostrado que la sumatoria de potencias si es igual a cero.

4. Seleccionar valores adecuados de voltajes para $t < t_0$, por ejemplo, se va a definir los valores de los elementos de voltaje fijo, de esta manera los voltajes en los demás elementos quedan definidos y cumple con la ley de voltaje de Kirchhoff:

$$v_B = 19 \text{ kV}$$

$$v_E = -8 \text{ kV}$$

$$v_D = 12000 \text{ V}$$

5. Seleccionar valores adecuados de corrientes, por ejemplo,

$$i_A = 170 \text{ mA}$$

$$i_B = 210 \text{ mA} = -\frac{i_F}{3}$$

La selección de i_A y i_B es completamente arbitraria, de igual manera el valor de i_F . El valor i_E se calcula analizando las corriente en el nodo d y i_C analizando el nodo a.

6. Realizar el balance de potencia en el circuito.

6.1 Hallar el valor de voltaje de todos los elementos.

$$v_A = -v_B = -19 \text{ kV}$$

$$v_F = -v_E = 8 \text{ kV}$$

$$v_C = v_B + v_F, \quad v_C = 27 \text{ kV}$$

6.2 Hallar el valor de las corrientes en todos los elementos.

$$i_C = i_A - i_B, \quad i_C = -40 \text{ mA}$$

$$i_F = -3i_B, \quad i_F = -630 \text{ mA}$$

$$i_E = -i_A + i_B + i_F, \quad i_E = -590 \text{ mA}$$

6.3 Realizar el balance de potencia.

$$\sum P \stackrel{?}{=} 0 \quad \text{Sumatoria de potencia igual a cero.}$$

$$\pm P_A \pm P_B \pm P_C \pm P_D \pm P_E \pm P_F \pm P_G \stackrel{?}{=} 0 \quad \text{Potencia en cada elemento.}$$

$$-P_A - P_B - P_C + P_D + P_E + P_F + P_G \stackrel{?}{=} 0 \quad \text{Signo de acuerdo con sentido de corriente y polaridad de tensión.}$$

$$-v_A i_A - v_B i_B - v_C i_C + v_D i_D + v_E i_E + v_F i_F + v_G i_G \stackrel{?}{=} 0 \quad \text{Potencia en terminos de voltaje y corriente.}$$

$$-(-19 \text{ k} \cdot 170 \text{ m}) - (19 \text{ k} \cdot 210 \text{ m}) - (27 \text{ k} \cdot -40 \text{ m}) + (12 \text{ k} \cdot 0) + (-8 \text{ k} \cdot -590 \text{ m}) + (8 \text{ k} \cdot -630 \text{ m}) \stackrel{?}{=} 0$$

$$0 = 0$$

De la expresión anterior, $0 = 0$, se concluye que el circuito cumple con el balance de potencia.

7. Realizar el balance de potencias en el circuito para $t \geq t_0$.

7.1 Hallar el valor de voltaje de todos los elementos.

$$v_A = -v_B = -19 \text{ kV}$$

$$v_F = -v_E = 8 \text{ kV}$$

$$v_C = v_B + v_F, \quad v_C = 27 \text{ kV}$$

$$v_G = -v_D + v_C, \quad v_G = 15 \text{ kV}$$

7.2 Seleccionar valores adecuados de corrientes, por ejemplo,

$$i_A = 150 \text{ mA} = \frac{2}{5} i_C$$

$$i_B = 120 \text{ mA} = -\frac{i_F}{3}$$

La selección de i_A y i_B es completamente arbitraria, de igual manera el valor de i_F . El valor i_E se calcula analizando las corriente en el nodo d y i_C analizando el nodo a.

7.3 Hallar el valor de las corrientes en todos los elementos.

$$i_C = 375 \text{ mA}$$

$$i_G = -i_A + i_B + i_C, \quad i_G = 345 \text{ mA}$$

$$i_F = -3i_B, \quad i_F = -360 \text{ mA}$$

$$i_E = -i_A + i_B + i_F, \quad i_E = -390 \text{ mA}$$

$$i_D = 345 \text{ mA}$$

7.4 Realizar el balance de potencia.

$$\sum P \stackrel{?}{=} 0 \quad \text{Sumatoria de potencia igual a cero.}$$

$$\pm P_A \pm P_B \pm P_C \pm P_D \pm P_E \pm P_F \pm P_G \stackrel{?}{=} 0 \quad \text{Potencia en cada elemento.}$$

$$-P_A - P_B - P_C + P_D + P_E + P_F + P_G \stackrel{?}{=} 0 \quad \text{Signo de acuerdo con sentido de corriente y polaridad de tensión.}$$

$$-v_A i_A - v_B i_B - v_C i_C + v_D i_D + v_E i_E + v_F i_F + v_G i_G \stackrel{?}{=} 0 \quad \text{Potencia en terminos de voltaje y corriente.}$$

$$-(-19 \text{ k} \cdot 150 \text{ m}) - (19 \text{ k} \cdot 120 \text{ m}) - (27 \text{ k} \cdot 375 \text{ m}) + (12 \text{ k} \cdot 345 \text{ m}) + (-8 \text{ k} \cdot -390 \text{ m}) + (8 \text{ k} \cdot -360 \text{ m}) + (15 \text{ k} \cdot 345 \text{ m}) \stackrel{?}{=} 0$$

$$0 = 0$$

De la expresión anterior, $0 = 0$, se concluye que el circuito cumple con el balance de potencia.