

1. OBJETIVOS

- Por medio del uso del osciloscopio se determinarán las variables de un circuito en corriente alterna en estado estable, mirando los desfases tanto del voltaje respecto a la corriente, como el voltaje de la fuente respecto a los elementos del circuito.
- Cuantificar las variables del circuito obteniendo los fasores (corriente y tensión), impedancias y tensiones correspondientes a cada una de ellas, tanto en el dominio de la frecuencia como en el dominio del tiempo.
- Por medio del diagrama fasorial se determinará el comportamiento de los elementos del circuito con respecto a uno del otro teniendo en cuenta sus fasores de corriente y tensión y de esa manera poder comprobar la LKV y que se cumpla dicha ley.

2. MARCO CONCEPTUAL

Para realizar esta práctica de laboratorio es necesario tener claros algunos conceptos relacionados al comportamiento de los circuitos tanto en el dominio del tiempo (t) como en dominio de la frecuencia (ω), tales como impedancia, frecuencia angular, fasor, diagrama fasorial, triángulo de impedancias, ángulo de fase, amplitud de una señal, entre otros conceptos relacionados, por lo tanto, abordaremos dichos conceptos con una definición detallada de cada uno de ellos.

FUENTES SENOIDALES

En la ingeniería eléctrica, las funciones de excitación senoidales tienen gran importancia, puesto que las señales de fuentes de alimentación y comunicación se transmiten generalmente en forma de senoides o senoides modificadas.

Se considera una fuente de voltaje

$$v_f = V_m \sin \omega t$$

O, en el caso de una fuente de corriente,

$$i_f = I_m \sin \omega t$$

La amplitud de la senoide es V_m y su frecuencia en radianes es ω (rad/s). La senoide es una función periódica definida por la propiedad

$$x(t + T) = x(t)$$

Para todo t , donde T es el periodo de la oscilación.

Respecto de T , define la frecuencia o número de ciclos por segundo y se representa por f , donde

$$f = \frac{1}{T}$$

La frecuencia f está dada en ciclos por segundo, más comúnmente llamados Hertz (Hz) en honor del científico Heinrich Hertz, por tanto, la frecuencia angular (en radianes) de la función senoidal es

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \text{ rad/s}$$

Si el voltaje senoidal tiene asociado un desfaseamiento, o ángulo de fase φ , en radianes, la fuente de voltaje es

$$v_f = V_m \text{sen}(\omega t + \varphi)$$

Si el elemento de un circuito tiene un voltaje

$$v = V_m \text{sen} \omega t$$

Y por el elemento fluye una corriente

$$i = I_m \text{sen}(\omega t + \varphi)$$

Se tienen el v y la i que aparecen en la figura 10.3-3. Se dice que la corriente se adelanta φ radianes al voltaje. Detallando la figura se observa que la corriente alcanza su valor pico antes que el voltaje, por lo que se dice que se adelanta al voltaje. Otra forma sería establecer que el voltaje se atrasa φ radianes respecto a la corriente.

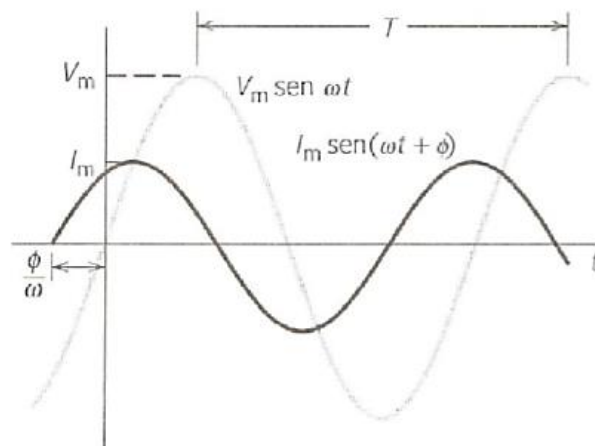


FIGURA 10.3-3

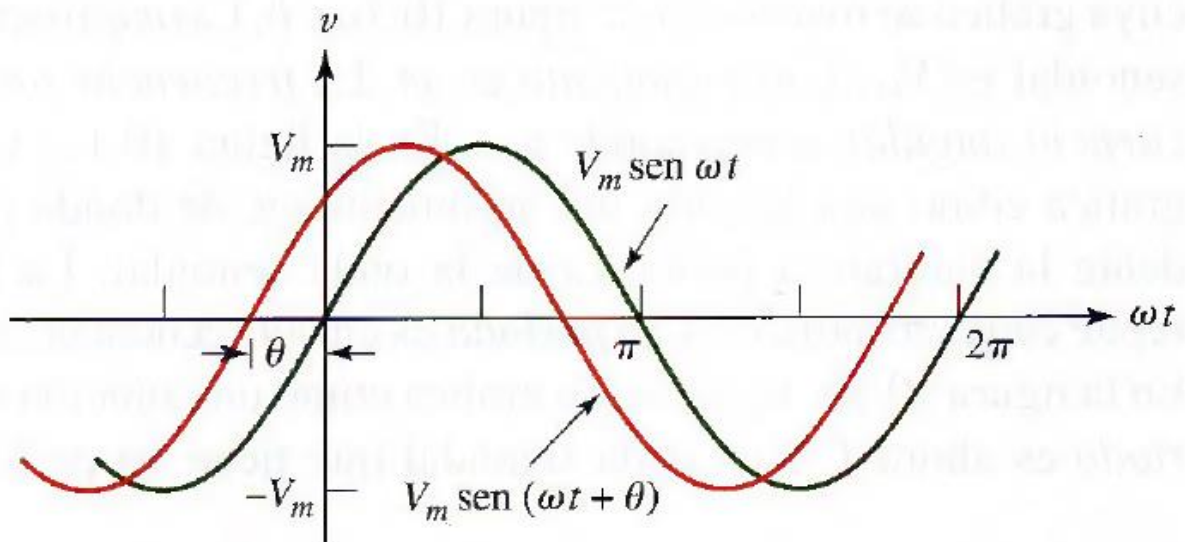
Voltaje y corriente en el elemento de un circuito.

ATRASO Y ADELANTO

La senoide en su forma más general

$$v(t) = V_m \text{sen}(\omega t \pm \varphi)$$

Incluye un ángulo de fase φ en su argumento. Este ángulo representa el número de radianes que la senoide se desplaza a la derecha o izquierda; Ahora se tiene una senoide con la siguiente expresión $v(t)_1 = V_m \text{sen}(\omega t + \varphi)$ y se quiere comparar con respecto a otra senoide con la siguiente expresión $v(t)_2 = V_m \text{sen}(\omega t)$, entonces se dice que $v(t)_1$ adelanta a $v(t)_2$ ya que su inicio se da φ radianes antes, y su signo positivo en el argumento quiere decir que tiene un desplazamiento hacia la izquierda; lo que significa que una senoide con un signo negativo en su argumento, tendrá un desplazamiento hacia la derecha. En la siguiente imagen se muestra el adelanto de una función con respecto de la otra.



CONCEPTO DE FASOR

Un fasor es un número complejo que representa la magnitud y fase de una senoide. Se usa el término fasor en lugar de vector porque el ángulo se basa en el tiempo más que en el espacio. Un fasor se puede expresar en forma exponencial, polar o rectangular. El concepto de fasor se puede emplear cuando el circuito es lineal, se busca la respuesta en estado estable, todas las fuentes independientes son senoidales y tienen la misma frecuencia.

Una corriente senoidal real, donde $\theta = (\varphi - \beta)$, se expresa como

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta)$$

Puede representarse por

$$i(t) = \text{Re}\{I_m e^{j(\omega t + \theta)}\}$$

Se opta por eliminar la notación **Re** y el redundante $e^{j\omega t}$ para obtener la representación fasorial

$$\mathbf{I} = I_m e^{j\theta} = I_m \angle \theta$$

Esta representación abreviada es la notación fasorial. Las cantidades fasoriales son complejas, puede usarse la notación subrayada como sigue:

$$\underline{\mathbf{I}} = I_m \angle \theta$$

Aunque se ha eliminado o suprimido la frecuencia compleja $e^{j\omega t}$, de advierte que está en la forma de la frecuencia compleja y efectuando los cálculos en el dominio de la frecuencia. El problema se ha transformado en el dominio del tiempo al dominio de la frecuencia cuando se usó la notación fasorial. Una transformación es un medio de codificación para simplificar un proceso de cálculo.

RELACIONES FASORIALES PARA LOS ELEMENTOS R, L Y C

Anteriormente se determinó que la representación fasorial es en realidad una transformación del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia. Con esta transformación, la solución de una ecuación diferencial se ha convertido en la solución de una ecuación algebraica. Es así como se determina las relaciones entre voltaje fasorial y la corriente fasorial de los elementos R, L y C. Se hace la transformación del dominio del tiempo al de la frecuencia y después se resuelve la relación fasorial para un elemento específico.

Las relaciones fasoriales en el dominio del tiempo y de la frecuencia se observan en la siguiente tabla:

ELEMENTO	DOMINIO DEL TIEMPO	DOMINIO DE LA FRECUENCIA
Fuente de corriente	 $i(t) = A \cos(\omega t + \theta)$	 $\mathbf{I}(\omega) = Ae^{j\theta}$
Fuente de voltaje	 $v(t) = B \cos(\omega t + \phi)$	 $\mathbf{V}(\omega) = Be^{j\phi}$
Resistor	 R $v(t) = Ri(t)$	 R $\mathbf{V}(\omega) = R\mathbf{I}(\omega)$
Capacitor	 C $v(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$	 $\frac{1}{j\omega C}$ $\mathbf{V}(\omega) = \frac{1}{j\omega C} \mathbf{I}(\omega)$
Inductor	 L $v(t) = L \frac{d}{dt} i(t)$	 $j\omega L$ $\mathbf{V}(\omega) = j\omega L \mathbf{I}(\omega)$

IMPEDANCIA Y ADMITANCIA

Se define la impedancia $\mathbf{Z}$ de un elemento como la razón de voltaje fasorial a la corriente fasorial. Por tanto,

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}}$$

Esta se llama ley de Ohm en notación fasorial.

Dado que $\mathbf{V} = V_m \angle \varphi$ e $\mathbf{I} = I_m \angle \beta$, entonces

$$\mathbf{Z} = (V_m \angle \varphi) / (I_m \angle \beta) = V_m / I_m (\angle \varphi - \angle \beta)$$

Entonces se dice que la impedancia tiene magnitud $|\mathbf{Z}|$ y ángulo de fase $\theta = \varphi - \beta$. Por tanto,

$$|\mathbf{Z}| = \frac{V_m}{I_m}$$

y

$$\theta = \varphi - \beta$$

La impedancia desempeña un papel similar al de la resistencia en los circuitos resistivos. Además, como es un cociente de voltios entre amperios, tiene unidades de ohms. La impedancia es la razón de dos fasores; no obstante, no es un fador en sí misma. La impedancia es un número complejo que relaciona el fador **V** con el **I** en la forma

$$\mathbf{V} = \mathbf{Z}\mathbf{I}$$

Los fasores **V** e **I** pueden transformarse al dominio del tiempo para obtener, respectivamente, el voltaje o la corriente de estado estable. Sin embargo, la impedancia no tiene significado en el dominio del tiempo.

La impedancia se puede expresar en diversas formas como sigue:

$$\begin{aligned}\mathbf{Z} &= |\mathbf{Z}| \angle \theta && \text{Forma polar} \\ &= Z e^{j\theta} && \text{Forma exponencial} \\ &= R + jX && \text{Forma rectangular}\end{aligned}$$

Donde R es la parte real y X la imaginaria del número complejo **Z**

La impedancia se puede representar como se muestra la siguiente figura:

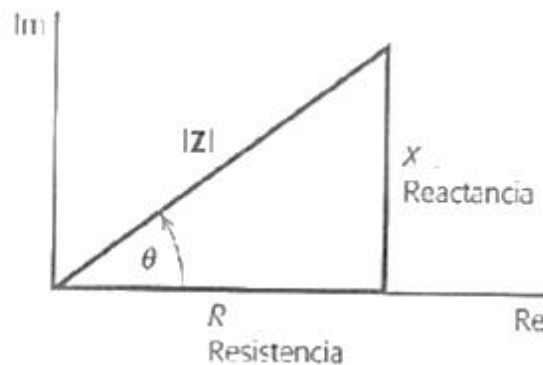


FIGURA 10.8-1
Representación gráfica de la impedancia.

Lo correlativo de la impedancia se llama admitancia y se representa por **Y** (mayúscula y con negrilla):

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{\mathbf{Z}}$$

La admitancia es análoga a la conductancia en los circuitos resistivos. Sus unidades son siemens, que se abrevia S. Utilizando la forma $\mathbf{Z} = R + jX$ se obtiene

$$Y = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} = G + jB$$

Nótese que G no es simplemente el recíproco de R , ni B el recíproco de X . La parte real de la admitancia, G , se llama conductancia y la parte imaginaria, B , susceptancia. Las unidades de G y B son siemens.

DIAGRAMAS FASORIALES

El diagrama fasorial es la representación gráfica de fasores y sus relaciones en el plano complejo. Los fasores que representan el voltaje o la corriente de un circuito son cantidades en el tiempo transformadas o convertidas al dominio de la frecuencia. Los fasores son números complejos y pueden representarse en un plano complejo. La relación entre fasores en un plano complejo se denomina **diagrama fasorial**.

Ejemplo de un diagrama fasorial para un RLC

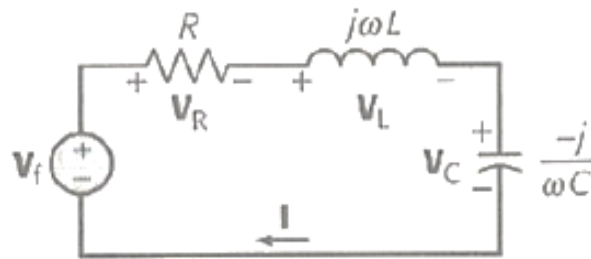


FIGURA 10.12-1

Un circuito *RLC*.

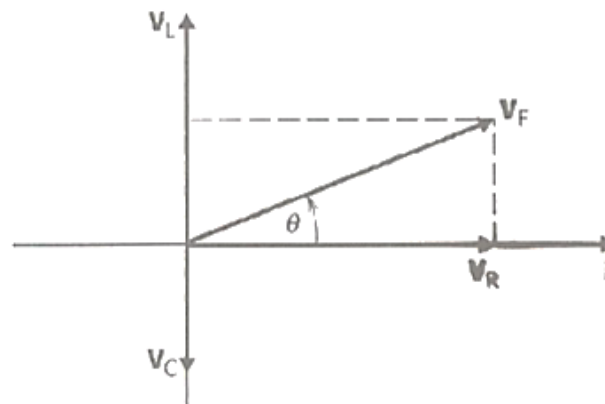


FIGURA 10.12-2

Diagrama fasorial para el circuito *RLC* de la figura 10.12-1.

4. MEMORIA DE CALCULOS

Comportamiento de las cargas en el dominio de la frecuencia

- $Z = \frac{V}{I} = \frac{[V]}{[A]} = [\Omega]$
- $Z_R = R$
- $Z_L = j\omega L$
- $Z_C = -j\frac{1}{\omega C}$

$$Z = R \pm jX \quad \text{Impedancia} \quad \begin{array}{l} - R \text{ parte resistiva} \\ - X \text{ reactancia} \end{array}$$

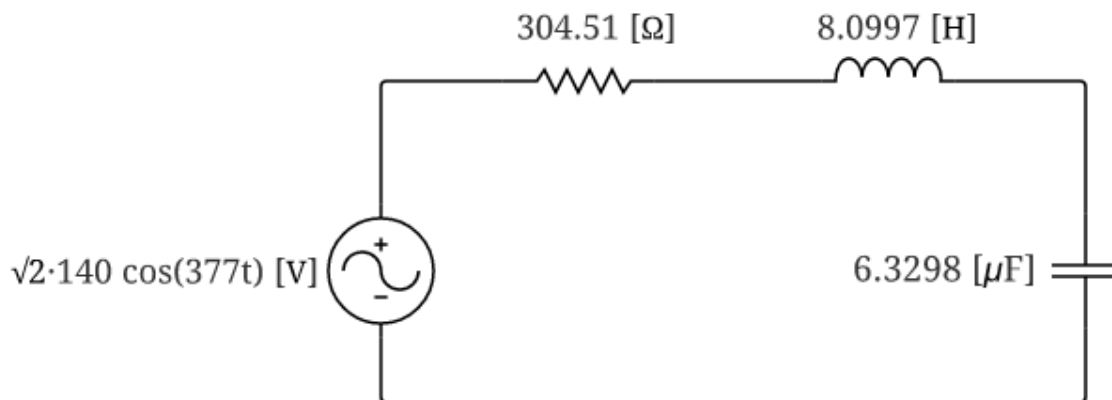
Las impedancias se dan en forma rectangular

Aspectos importantes:

- Si la impedancia equivalente es negativa (-) el circuito es de tipo capacitivo
- Si la impedancia equivalente es positiva (+) el circuito es de tipo inductivo
- El fasor V_R tiene el mismo ángulo de la corriente fasorial I , no hay desfase.
- En una capacidad la corriente adelanta 90° a la tensión de la misma.
- En una bobina la corriente se atrasa 90° de la tensión de la misma.
- En un circuito RLC se cumple la ley de tensiones de Kirchhoff, es decir:

$$LTK = V_R + V_L + V_C = V_f$$

CALCULOS



$$L = 8.0997[H] \text{ Posición (1-1-2)}$$

$$C = 6.3298 [\mu F] \text{ Posición (4)}$$

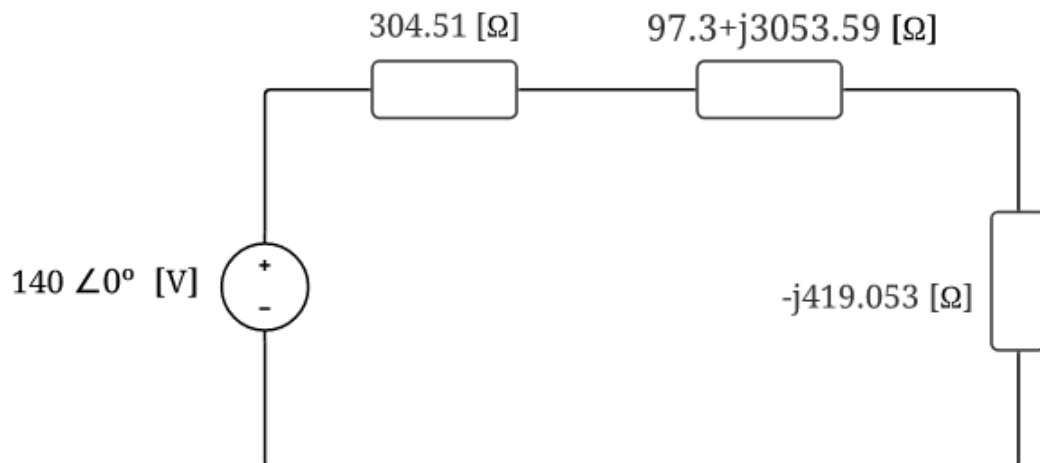
$$R = 386.4[\Omega] \text{ Posición (4)}$$

- $\omega = 2\pi f \rightarrow \omega = 2\pi * 60 \rightarrow \omega = 377 \text{ rad/s}$
- $Z_L = j\omega L = j * 377 * 8.0997 = j3053.59 [\Omega]$
- $Z_C = -j\frac{1}{\omega C} = -j\frac{1}{377 * 6.3298 * 10^{-6}} = -j419.053 [\Omega]$
- $V_f = 140 \angle 0^\circ$

TABLA DE VALORES DE TENSIÓN Y CARGAS

DOMINIO DEL TIEMPO	DOMINIO DE LA FRECUENCIA
$V_f = \sqrt{2} \cdot 140 \cos(377t) [v]$	$V_f = 140 \angle 0^\circ [v]$
$R = 304.51 [\Omega]$	$Z_R = 304.51 [\Omega]$
$L = 8.0997 [H]$	$Z_L = j3053.59 [\Omega]$
$R_{\text{Interna de } L} = 97.3 [\Omega]$	$Z_{R \text{ Interna de } L} = 97.3 [\Omega]$
$C = 6.3298 [\mu F]$	$Z_C = -j419.053 [\Omega]$

CIRCUITO EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA



- $Z_{eq} = (304.4 + 97.3 + j3053.59 - j419.053) = 401.81 + j2634.54 [\Omega]$
 $Z_{eq} = 2665.1 \angle 81.3283^\circ [\Omega]$
- $I = \frac{V_f}{Z_{eq}} = \frac{140 \angle 0^\circ [v]}{401.81 + j2634.54 [\Omega]}$
 $I = 0.007921 - j0.051932 [A] = 0.052533 \angle -81.3283^\circ [A]$

- $V_R = (304.51)(0.007921 - j0.051932) [v]$
 $V_R = 2.41188 - j15.8139 [v]$
 $V_R = 15.9968 \angle -81.3283^\circ [v]$
- $V_L = (97.3 + j3053.59)(0.007921 - j0.051932) [v]$
 $V_L = 159.35 + j19.133 [v]$
 $V_L = 160.495 \angle 6.84665^\circ [v]$
- $V_C = (-j419.053)(0.007921 - j0.051932) [v]$
 $V_C = -21.7624 - j3.31912 [v]$
 $V_C = 22.014 \angle -171.328^\circ [v]$

LTK:

$$\frac{\begin{matrix} 2.41188 - j15.8139 [v] \\ 159.35 + j19.133[v] \\ -21.7624 - j3.31912[v] \end{matrix}}{139.999 - j0.00002[v]}$$

TABLA DE VALORES DE TENSIONES Y CORRIENTES

DOMINIO DE LA FRECUENCIA	DOMINIO DEL TIEMPO
$I = 0.05253 \angle -81.328^\circ [A]$	$I = 0.074293 \cos(377t - 83.328^\circ) [A]$
$V_f = 140 \angle 0^\circ [v]$	$V_f = \mathbf{197.98} \cos(377t) [v]$
$V_R = 15.9968 \angle -81.328^\circ [v]$	$v_R = 22.623 \cos(377t - 81.328) [v]$
$V_L = 160.495 \angle 6.8466^\circ [v]$	$v_L = \mathbf{226.974} \cos(377t + 6.8466^\circ) [v]$
$V_C = 22.014 \angle -171.328^\circ [v]$	$v_c = 31.132 \cos(377t - 171.328^\circ) [v]$

$$\varphi = (\theta v - \theta i)$$

$$\varphi = (0 - (-83.2035))$$

$$\varphi = \mathbf{83.2035}$$

TRIÁNGULO DE IMPEDANCIAS

$$jx = 2634.54 \text{ } [\Omega]$$

$$R = 401.81 \text{ } [\Omega]$$

$$h = \sqrt{jx^2 + r^2}$$

$$h = 2665.1$$

$$\varphi = \tan^{-1} jx/R$$

$$\varphi = 83.20346$$

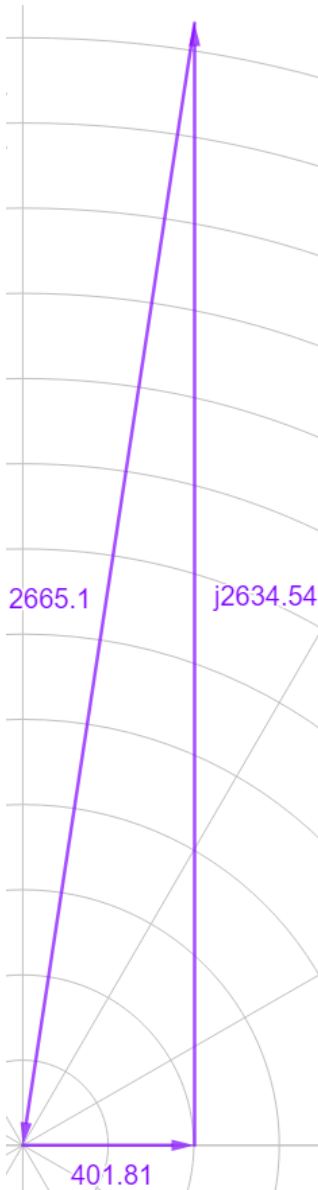
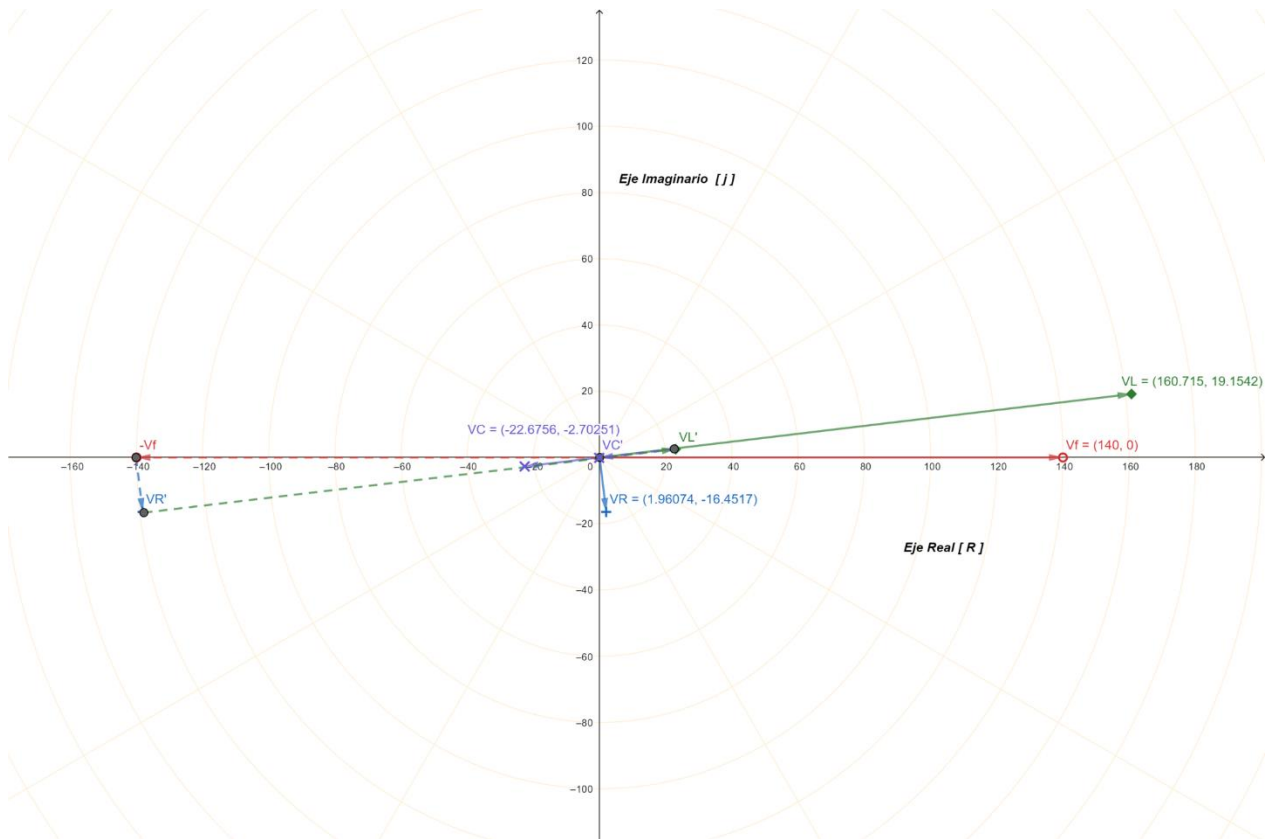


Diagrama Fasorial



5. BIBLIOGRAFIA

- William H. Hayt, Jr. Jack E. Kemmerly, Steven M. Durbin, Análisis de circuitos en ingeniería, Carlos Roberto Cordero Pedraza (Trad), 7ª ed. impreso en china por CTPS, McGRAW-HILL, 2007, ISBN-13: 978-970-10-6107-7.
Paginas: (369:371, 381:385, 387:389, 392)
- Jose Danilo Rairán, German Antonio Guevara, Helmunth Edgardo Ortiz, Análisis de circuitos en corriente alterna, Capitulo 2, Respuesta de los circuitos monofásicos en régimen permanente sinusoidal
Paginas: (71:77,91:114,)