Ejercicio 4, potencia monofásica en estado estable sinusoidal.

Para el circuito mostrado en la Figura 1, se pide:

a) Potencia compleja de la fuente dependiente de tensión.
b) Factor de potencia del circuito.
c) Realizar el balance de potencia compleja en el circuito.
d) Corregir $F.P.$ a $0.95(-)$ en la fuente del circuito y verificar analíticamente los resultados.

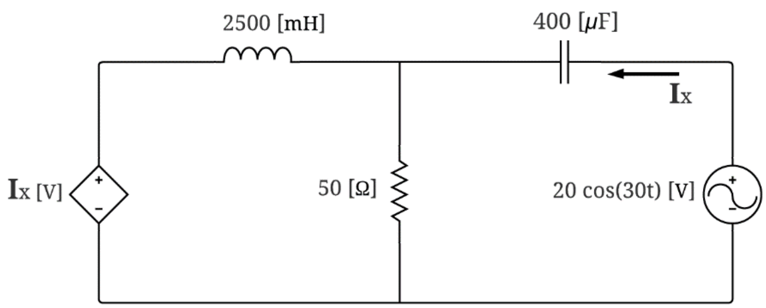

Figura 1

Solución

Sabemos que nuestra frecuencia angular es de $\omega = 30\, rad/s$, de este modo, podemos pasar nuestros elementos al dominio de la frecuencia.

$$\mathbf{Z}_L = j\omega L = j(30)(2.5) = j75[\Omega]$$

$$\mathbf{Z}_R = 50[\Omega]$$

$$\mathbf{Z}_C = -j\frac{1}{\omega C} = -j\frac{1}{(30)(400 \times 10^{-6})} = -j\frac{250}{3}\ [\Omega]$$

Para el caso de nuestra fuente de voltaje, tenemos lo siguiente:

$$20\cos(30t) \rightarrow \frac{20}{\sqrt{2}} \angle\, 0°\ [\mathrm{V}]$$

Entonces nuestro circuito en el dominio de la frecuencia nos queda de la siguiente manera:

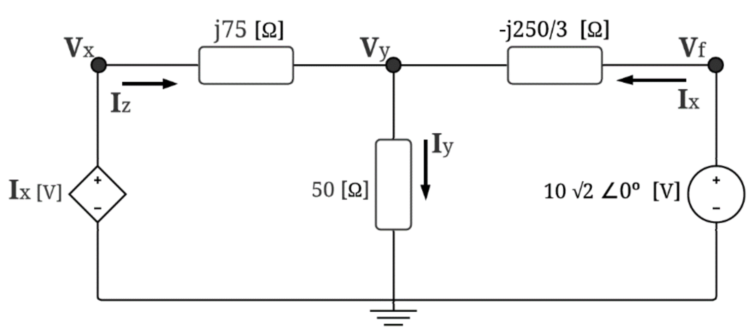

Figura 2

Aplicando ley de Kirchhoff para voltajes en el circuito de la Figura 2, tenemos que:

Sabiendo que

$$\mathbf{I}_x = \frac{\mathbf{V}_f - \mathbf{V}_y}{-j\,\frac{250}{3}} = \mathbf{V}_x$$

$$\mathbf{I}_x + \mathbf{I}_z = \mathbf{I}_y$$

$$\frac{\mathbf{V}_f - \mathbf{V}_y}{-j\,\frac{250}{3}} + \frac{\mathbf{V}_x - \mathbf{V}_y}{j75} = \frac{\mathbf{V}_y}{50}$$

Reemplazando $\mathbf{V}_x$

$$\frac{\mathbf{V}_f - \mathbf{V}_y}{-j\,\frac{250}{3}} + \frac{\left(\frac{\mathbf{V}_f - \mathbf{V}_y}{-j\,\frac{250}{3}}\right) - \mathbf{V}_y}{j75} = \frac{\mathbf{V}_y}{50}$$

Nos damos cuenta de que solo tenemos una incógnita, ($\mathbf{V}_y$), procedemos a encontrar dicha variable:

$$\left(-\frac{1}{j\,\frac{250}{3}} + \frac{1}{6250}\right)\mathbf{V}_f = \left(\frac{1}{50} - \frac{1}{j\,\frac{250}{3}} + \frac{1}{j75} + \frac{1}{6250}\right)\mathbf{V}_y$$

$$\mathbf{V}_y = \left(\frac{\frac{1}{6250} + j\,\frac{3}{250}}{\frac{63}{3125} - j\,\frac{1}{750}}\right)\mathbf{V}_f$$

$$\mathbf{V}_y = 8.40033 \angle 93.02° \text{ [V]}$$

$$\mathbf{I}_z = \frac{\left(\frac{\mathbf{V}_f - \mathbf{V}_y}{-j\,\frac{250}{3}}\right) - \mathbf{V}_y}{j75}$$

$$\mathbf{I}_z = 0.109755 \angle -176.216° \text{ [A]}$$

$$\mathbf{I}_x = \frac{\mathbf{V}_f - \mathbf{V}_y}{-j\,\frac{250}{3}}$$

$$\mathbf{I}_x = 0.201901 \angle 60.0938° \text{ [A]}$$

$$\mathbf{I}_y = \frac{\mathbf{V}_y}{50}$$

$$\mathbf{I}_y = 0.168007 \angle 93.02° \text{ [A]}$$

Ahora encontramos el voltaje fasorial en los elementos que nos hacen falta, para que de este modo podamos realizar el balance de potencias.

Se sabe que

$$\mathbf{V}_x = 0.201901 \angle 60.0938° \text{ [V]}$$

Por ende

$$\mathbf{V}_L = \mathbf{V}_x - \mathbf{V}_y$$

$$\mathbf{V}_L = 8.2316 \angle -86.2161° \text{ [V]}$$

$$\mathbf{V}_C = \mathbf{V}_f - \mathbf{V}_y$$

$$\mathbf{V}_C = 16.8251 \angle -29.9062° \text{ [V]}$$

$$\mathbf{V}_R = \mathbf{V}_y$$

Teniendo todos nuestros valores, ahora si podemos hallar potencia con la siguiente ecuación:

$$\mathbf{S} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{I}^* \text{ [VAR]}$$

Por ende

$$\mathbf{S}_R = \mathbf{V}_R \cdot \mathbf{I}_y^*$$

$$\mathbf{S}_R = (8.40033 \angle 93.02°)(0.168007 \angle -93.02°)$$

$$\mathbf{S}_R = 1.41131 + j0 \, [VAR]$$

$$\mathbf{S}_L = \mathbf{V}_L \cdot \mathbf{I}_Z^*$$

$$\mathbf{S}_L = (8.2316 \angle -86.2161°)(0.109755 \angle 176.216°)$$

$$\mathbf{S}_L = 0 + j0.903459 \, [VAR]$$

$$\mathbf{S}_C = \mathbf{V}_C \cdot \mathbf{I}_x^*$$

$$\mathbf{S}_C = (16.8251 \angle -29.9062°)(0.201901 \angle -60.0938°)$$

$$\mathbf{S}_C = 0 - j3.397 \, [VAR]$$

$$\mathbf{S}_{FD} = \mathbf{V}_x \cdot -\mathbf{I}_Z^*$$

$$\mathbf{S}_{FD} = (0.201901 \angle 60.0938°)(-1)(0.109755 \angle 176.216)$$

$$\mathbf{S}_{Fd} = 0.012292 + j0.018438 \, [VAR]$$

$$\mathbf{S}_{FI} = \mathbf{V}_f \cdot -\mathbf{I}_x^*$$

$$\mathbf{S}_{FI} = \left(10 \cdot \sqrt{2} \angle 0°\right)(-1)\,(\,0.201901 \angle -60.0938°\ )$$

$$\mathbf{S}_{FI} = -1.42361 + j2.47511\ [VAR]$$

Ahora realizamos el balance de potencias, tenemos que:

$$\begin{array}{c} 1.41131 + j0\ [VAR] \\ 0 + j0.903459\ [VAR] \\ 0 - j3.397\ [VAR] \\ 0.012292 + j0.018438\ [VAR] \\ -1.42361 + j2.47511\ [VAR] \\ \hline 0.000008 - j0.000007\ [VAR] \end{array}$$

Para hallar el factor de potencia del circuito, se tiene que hallar en las terminales de nuestra fuente de tensión independiente, entonces tenemos que:

$$\mathbf{V}_f = 10\sqrt{2} \angle 0°\ [V]$$

$$\mathbf{I}_x = 0.201901 \angle 60.0938°\ [\mathrm{A}]$$

$$\varphi = (\theta_v - \theta_i) = (0 - 60.0938) = -60.0938$$

$$F.P. = \cos(\varphi)$$

$$F.P. = 0.4985$$

Ahora para encontrar el atributo que acompaña al valor del factor de potencia, ya sea negativo o positivo, tendremos en cuenta el signo del ángulo de la corriente, por ende, ya tendremos nuestro resultado ya completo:

$$F.P. = 0.4985(+)$$

También, ese atributo lo podemos relacionar con el triángulo de potencias, así de este modo:

$$\mathbf{S}_{FI} = \mathbf{V}_f \cdot \mathbf{I}_x^*$$

$$\mathbf{S}_{FI} = 1.42361 - j2.47511\ [VAR]$$

$$\alpha = \cos^{-1}(0.4985) = -60.0938°$$

Nuestro ángulo es negativo debido al valor de φ, entonces tenemos lo siguiente:

Pero para completar los valores de nuestro triangulo, nos damos cuenta de que nos hace falta el valor de la potencia aparente, la cual la hallamos de una manera sencilla de este modo:

$$F.P. = \frac{P}{S}$$

$$S = \frac{P}{F.P.} = 2.8557\ [VA]$$

Ya con todos los valores, podemos armar nuestro triangulo de potencias, en donde interpretando bien los valores obtenidos, nos damos cuenta de que el circuito es capacitivo, así como lo indica el triángulo.

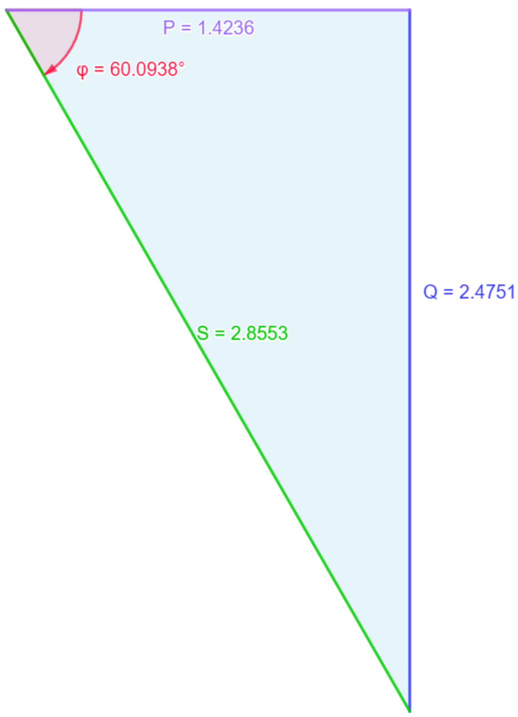

Figura 3

Teniendo el triángulo de potencia, nos resulta más fácil encontrar el problema, si quisiéramos corregir el factor de potencia a $0.95(-)$, para este caso no usaríamos un banco de condensadores como se hace usualmente, sino con un banco de bobinas, debido que nuestro circuito es capacitivo.

corrección del Factor de Potencia

$$F.P. = 0.95\ (-)$$
$$\varphi_{nuevo} = 18.1949°$$

$$Q_{n=} \tan(\varphi_{nuevo})\cdot P_F$$

$$Q_{n=}\tan(18.1949)\ \ 1.42361$$

$$Q_n = 0.467919\ [\mathrm{VAr}]$$

$$Q_L = Q_n - Q_F \ \ \rightarrow \ \ (0.467919) - (-2.47511)$$

$$Q_L = 2.94303\ [\mathrm{VAr}]$$

$$Q_L = \frac{(V_{fd})^2}{x_c}$$

$$X_L = \frac{\left(10 \cdot \sqrt{2}\right)^2}{2.94303} = 67.9572\ [\Omega]$$

$$X_L = \ \omega \cdot L$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{67.9572}{30} \ = 2.26524[H]$$

Nuestro nuevo circuito, nos queda de la siguiente forma:

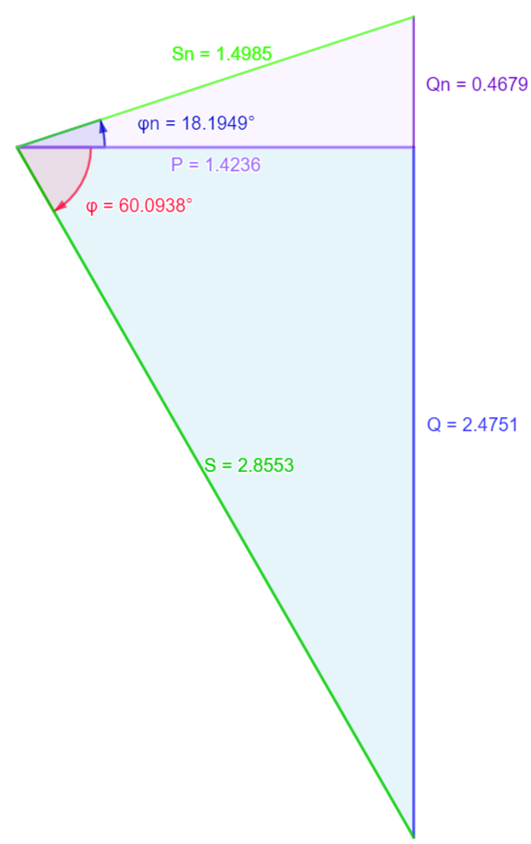

Figura 4

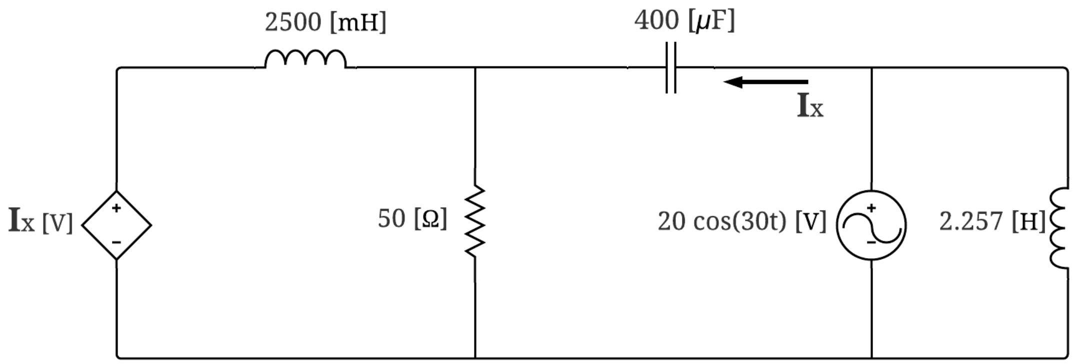

Figura 5