

Mallas y Nodos

Para el circuito mostrado en la Figura 1. determine lo siguiente.

1. A partir del análisis de mallas determine los valores de las corrientes de malla presentes en el circuito.
2. Utilice del análisis de nodos determine los valores de voltaje en cada uno de los nodos en el circuito.
3. Determine el valor de tensión sobre cada una de las resistencias.

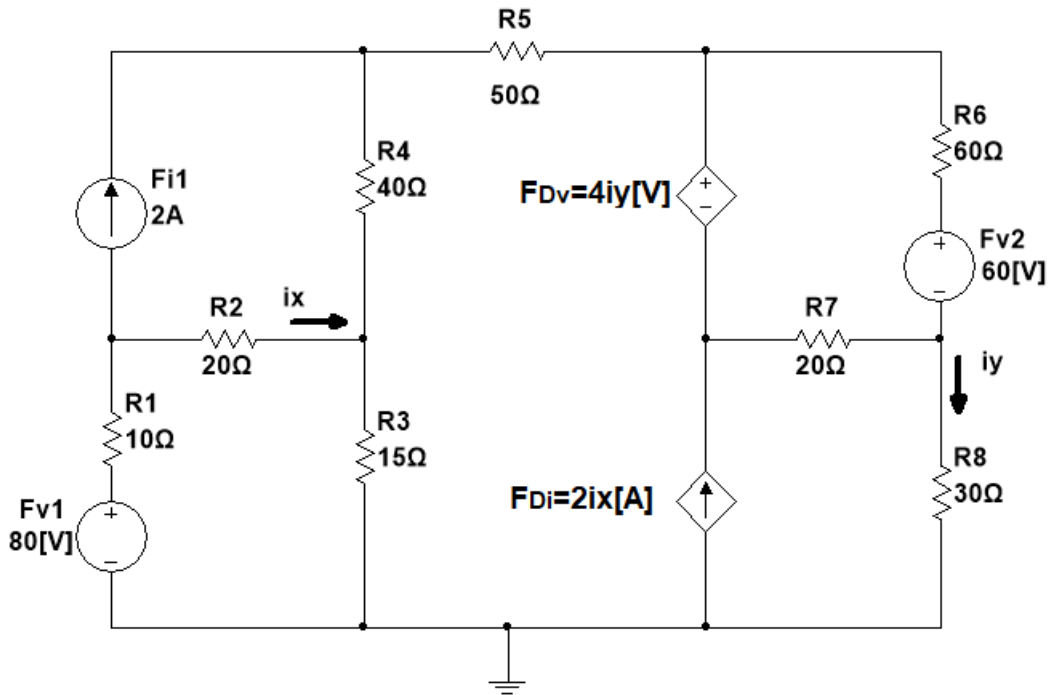


Figura 1

Solución.

Análisis de Mallas:

- A partir del análisis de mallas determine los valores de las corrientes de malla presentes en el circuito.

A cada uno de los elementos le asignamos una polaridad correspondiente y asignamos nombres y dirección a cada una de las mallas dentro del circuito.

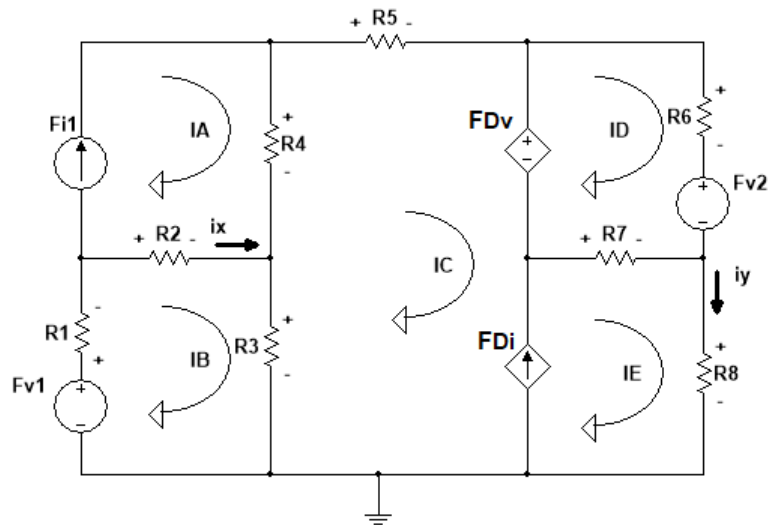


Figura 2

Reescribimos cada una de las variables presentes en el circuito las cuales se utilizarán en términos más generales dentro de la solución.

$$F_{Di} = 2I_y$$

$$I_y = I_B - I_A$$

$$2I_y = 2(I_B - I_A) \tag{1}$$

$$2I_y = I_E - I_C$$

$$2(I_B - I_A) = I_E - I_C$$

$$I_E = I_C + 2I_B - 2I_A \tag{2}$$

$$I_x = I_E$$

$$I_x = I_C + 2I_B - 2I_A \tag{3}$$

Se utiliza la ley de tensiones de Kirchoff para cada una de las mallas correspondiente.

LVK malla $I_B \sum V = 0$

$$-V_{F1} + V_{R1} + V_{R2} + V_{R3} = 0$$

$$V_{F1} = 80; V_{R1} = I_B R_1; V_{R2} = (I_B - I_A) R_2; V_{R3} = (I_B - I_C) R_3$$

$$-80 + I_B R_1 + (I_B - I_A) R_2 + (I_B - I_C) R_3 = 0$$

$$-I_A R_2 + I_B (R_1 + R_2 + R_3) - I_C R_3 = 80$$

$$45I_B - 15I_C = 120 \tag{4}$$

LVK malla super malla $\sum V = 0$

$$V_{R5} + V_{R6} + V_{F2} + V_{R8} - V_{R3} - V_{R4} = 0$$

$$V_{R5} = I_C R_5; V_{R6} = I_D R_6; V_{F2} = 60; V_{R8} = I_E R_8; V_{R3} = (I_B - I_C) R_3; V_{R4} = (I_A - I_C) R_4$$

$$I_C R_5 + I_D R_6 + 60 + I_E R_8 - (I_B - I_C) R_3 - (I_A - I_C) R_4 = 0$$

$$-I_A R_4 - I_B R_3 + I_C (R_3 + R_4 + R_5) + I_D R_6 + I_E R_8 = -60$$

$$-15I_B + 105I_C + 60I_D + 30(2I_B - 2I_A + I_C) = 20$$

$$45I_B + 135I_C + 60I_D = 140 \tag{5}$$

LVK malla $I_D \sum V = 0$

$$V_{R6} + V_{F2} - V_{R7} - V_{FD} = 0$$

$$V_{R6} = I_D R_6; V_{F2} = 60; V_{R7} = (I_E - I_D) R_7; V_{FD} = 4I_x = 4I_E$$

$$I_D R_6 + 60 - (I_E - I_D) R_7 - 4I_E = 0$$

$$I_D (R_6 + R_7) - I_E (R_7 + 4) = -60$$

$$80I_D - 24(2I_B - 2I_A + I_C) = -60$$

$$-48I_B - 24I_C + 80I_D = -156 \tag{6}$$

Llegamos a un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas el cual se presenta por las ecuaciones 4, 5 y 6.

$$45I_B - 15I_C = 120$$

$$45I_B + 135I_C + 60I_D = 140$$

$$-48I_B - 24I_C + 80I_D = -156$$

Generamos una matriz en la cual hallaremos los valores de corriente para I_B , I_C y I_D .

$$\begin{bmatrix} 45 & -15 & 0 \\ 45 & 135 & 60 \\ -48 & -24 & 80 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_B \\ I_C \\ I_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 120 \\ 140 \\ -156 \end{bmatrix}$$

$$I_B = 2742[mA]; I_C = 227[mA]; I_D = -236[mA]$$

Para hallar el valor de la malla I_E reemplazamos los valores obtenidos en la siguiente ecuación.

$$I_E = I_C + 2I_B - 2I_A$$

$$I_E = 227 \times 10^{-3} + 2(2742 \times 10^{-3}) - 2(2)$$

$$I_E = 1.71[A]$$

- Determine el valor de tensión sobre cada una de las resistencias.

Resistencia 1.

Con la ley de ohm hallamos el valor del voltaje de la resistencia R_1

$$V_{R1} = I_{R1}R_1 = I_B R_1$$

$$V_{R1} = 2742 \times 10^{-3} \cdot 10$$

$$V_{R1} = 27.42[V]$$

Resistencia 2.

Con la ley de ohm hallamos el valor del voltaje de la resistencia R_2

$$V_{R2} = I_{R2}R_2 = (I_B - I_A) R_2$$

$$V_{R2} = (2742 \times 10^{-3} - 2) \cdot 20$$

$$V_{R2} = 14.84[V]$$

Resistencia 3.

Con la ley de ohm hallamos el valor del voltaje de la resistencia R_3

$$V_{R3} = I_{R3}R_3 = (I_B - I_C) R_3$$

$$V_{R3} = (2742 \times 10^{-3} - 227 \times 10^{-3}) \cdot 15$$

$$V_{R3} = 37.725[V]$$

Resistencia 4.

Con la ley de ohm hallamos el valor del voltaje de la resistencia R_4

$$V_{R4} = I_{R4}R_4 = (I_A - I_C) R_4$$

$$V_{R4} = (2 - 227 \times 10^{-3}) \cdot 40$$

$$V_{R4} = 70.92[V]$$

Resistencia 5.

Con la ley de ohm hallamos el valor del voltaje de la resistencia R_5

$$V_{R5} = I_{R5}R_5 = I_C R_5$$

$$V_{R5} = 227 \times 10^{-3} \cdot 50$$

$$V_{R5} = 11.35[V]$$

Resistencia 6.

Con la ley de ohm hallamos el valor del voltaje de la resistencia R_6

$$V_{R6} = I_{R6}R_6 = I_D R_6$$

$$V_{R6} = 236 \times 10^{-3} \cdot 60$$

$$V_{R6} = 14.16[V]$$

Resistencia 7.

Con la ley de ohm hallamos el valor del voltaje de la resistencia R_7

$$V_{R7} = I_{R7}R_7 = (I_D + I_E) R_7$$

$$V_{R7} = (236 \times 10^{-3} + 1.71) \cdot 20$$

$$V_{R7} = 38.92[V]$$

Resistencia 8.

Con la ley de ohm hallamos el valor del voltaje de la resistencia R_8

$$V_{R8} = I_{R8}R_8 = I_E R_8$$

$$V_{R8} = 1.71 \cdot 30$$

$$V_{R8} = 51.3[V]$$

Analisis de Nodos:

Utilice del análisis de nodos determine los valores de voltaje en cada uno de los nodos en el circuito.

A cada uno de los nodos le asignamos una identificación correspondiente y aginamos dirección a cada una de las corrientes dentro del circuito.

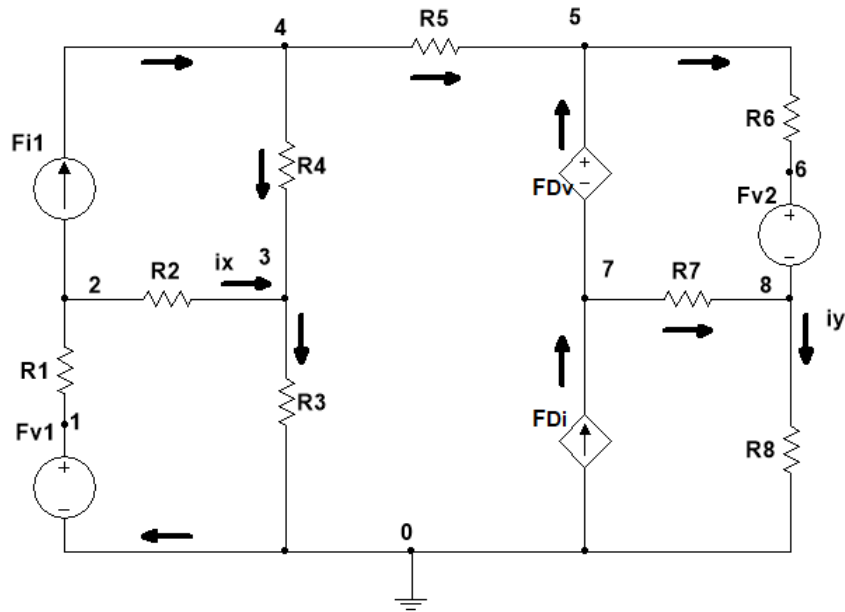


Figura 3

Reescribimos cada una de las variables presentes en el circuito las cuales se utilizarán en términos más generales dentro de la solución.

$$F_{V2} = 60[V]$$

$$F_{V2} = V_6 - V_8$$

$$V_6 = 60 + V_8 \quad (7)$$

$$F_{DV} = 4ix[V]$$

$$ix = I_{R8}$$

$$I_{R8} = \frac{V_{R8}}{R_8}$$

$$F_{DV} = V_5 - V_7$$

$$V_7 = V_5 - 4\frac{V_{R8}}{R_8} \quad (8)$$

Se utiliza la ley de corrientes de Kirchoff para cada uno de los nodos correspondientes.

LCK nodo 2 $\sum i = 0$

$$I_{R1} - I_{F1} - I_{R2} = 0$$

$$I_{R1} = \frac{V_1 - V_2}{R_1}; I_{F1} = 2; I_{R2} = \frac{V_2 - V_3}{R_2}$$

$$\left(\frac{V_1 - V_2}{R_1}\right) - 2 - \left(\frac{V_2 - V_3}{R_2}\right) = 0$$

$$\frac{1}{R_1}V_1 - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)V_2 + \frac{1}{R_2}V_3 = 2$$

$$-\frac{3}{20}V_2 + \frac{1}{20}V_3 = -6 \quad (9)$$

LCK nodo 3 $\sum i = 0$

$$I_{R2} + I_{R4} - I_{R3} = 0$$

$$I_{R2} = \frac{V_2 - V_3}{R_2}; I_{R4} = \frac{V_4 - V_3}{R_4}; I_{R3} = \frac{V_3 - V_{N9}}{R_3}$$

$$\left(\frac{V_2 - V_3}{R_2}\right) + \left(\frac{V_4 - V_3}{R_4}\right) - \frac{1}{R_3}V_3 = 0$$

$$\frac{1}{R_2}V_2 - \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)V_3 + \frac{1}{R_4}V_4 = 0$$

$$\frac{1}{20}V_2 - \frac{17}{120}V_3 + \frac{1}{40}V_4 = 0 \quad (10)$$

LCK nodo $4\sum i = 0$

$$\begin{aligned}
I_{F1} - I_{R4} - I_{R5} &= 0 \\
I_{F1} = 2; I_{R4} &= \frac{V_4 - V_3}{R_4}; I_{R5} = \frac{V_4 - V_5}{R_5} \\
2 - \left(\frac{V_4 - V_3}{R_4}\right) - \left(\frac{V_4 - V_5}{R_5}\right) &= 0 \\
-\frac{1}{R_4}V_3 + \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}\right)V_4 - \frac{1}{R_5}V_5 &= 2 \\
-\frac{1}{40}V_3 + \frac{9}{200}V_4 - \frac{1}{50}V_5 &= 2 \tag{11}
\end{aligned}$$

LCK nodo super nodo $1\sum i = 0$

$$\begin{aligned}
I_{R6} + I_{R7} - I_{R8} &= 0 \\
I_{R6} = \frac{V_5 - V_6}{R_6}; I_{R7} &= \frac{V_7 - V_8}{R_7}; I_{R8} = \frac{V_8 - V_{N9}}{R_8} \\
\left(\frac{V_5 - V_6}{R_6}\right) + \left(\frac{V_7 - V_8}{R_7}\right) - \frac{V_8}{R_8} &= 0 \\
\frac{1}{R_6}V_5 - \frac{1}{R_6}V_6 + \frac{1}{R_7}V_7 - \left(\frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_8}\right)V_8 &= 0 \\
\frac{1}{60}V_5 - \frac{1}{60}(60 + V_8) + \frac{1}{20}\left(V_5 - \frac{4V_8}{30}\right) - \frac{1}{12}V_8 &= 0 \\
\frac{1}{15}V_5 - \frac{8}{75}V_8 &= 1 \tag{12}
\end{aligned}$$

LCK nodo super nodo $2\sum i = 0$

$$\begin{aligned}
I_{R5} + I_{FD} - I_{R6} - I_{R7} &= 0 \\
I_{R5} = \frac{V_4 - V_5}{R_5}; I_{FD} = 2I_Y = 2\left(\frac{V_2 - V_3}{R_3}\right); I_{R6} &= \frac{V_5 - V_6}{R_6}; I_{R7} = \frac{V_7 - V_8}{R_7} \\
\left(\frac{V_4 - V_5}{R_5}\right) + \left(\frac{2V_2 - 2V_3}{R_2}\right) - \left(\frac{V_5 - V_6}{R_6}\right) - \left(\frac{V_7 - V_8}{R_7}\right) &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{R_2}V_2 - \frac{2}{R_2}V_3 + \frac{1}{R_5}V_4 - \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}\right)V_5 + \frac{1}{R_6}V_6 - \frac{1}{R_7}V_7 + \frac{1}{R_7}V_8 &= 0 \\ \frac{2}{20}V_2 - \frac{2}{20}V_3 + \frac{1}{50}V_4 - \frac{11}{300}V_5 + \frac{1}{60}(60 + V_8) - \frac{1}{20}\left(V_5 - \frac{4V_8}{30}\right) + \frac{1}{20}V_8 &= 0 \\ \frac{2}{20}V_2 - \frac{2}{20}V_3 + \frac{1}{50}V_4 - \frac{13}{150}V_5 + \frac{11}{150}V_8 &= -1 \end{aligned} \quad (13)$$

Llegamos a un sistema de cinco ecuaciones con cinco incógnitas el cual consiste por las ecuaciones 9, 10, 11, 12 y 13.

$$\begin{aligned} -\frac{3}{20}V_2 + \frac{1}{20}V_3 &= -6 \\ \frac{1}{20}V_2 - \frac{17}{120}V_3 + \frac{1}{40}V_4 &= 0 \\ -\frac{1}{40}V_3 + \frac{9}{200}V_4 - \frac{1}{50}V_5 &= 2 \\ \frac{1}{15}V_5 - \frac{8}{75}V_8 &= 1 \end{aligned}$$

$$\frac{2}{20}V_2 - \frac{2}{20}V_3 + \frac{1}{50}V_4 - \frac{13}{150}V_5 + \frac{11}{150}V_8 = -1$$

Generamos una matriz en la cual hallaremos los valores de voltaje para V_2, V_3, V_4, V_5, V_8 .

$$\begin{bmatrix} -\frac{3}{20} & \frac{1}{20} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{20} & -\frac{17}{120} & \frac{1}{40} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{40} & \frac{9}{200} & -\frac{1}{50} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{15} & -\frac{8}{75} \\ \frac{2}{20} & -\frac{2}{20} & \frac{1}{50} & -\frac{13}{150} & \frac{11}{150} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$V_2 = 52.574[V]; V_3 = 37.72[V]; V_4 = 108.6[V]; V_5 = 97.2[V]; V_8 = 51.389[V]$$

Para hallar el valor del nodo V_6 reemplazamos los valores obtenidos en la siguiente ecuación.

$$V_6 = 60 + V_8$$

$$V_6 = 60 + 51.389$$

$$V_6 = 111.389[V]$$

Para hallar el valor del nodo V_7 reemplazamos los valores obtenidos en la siguiente ecuación.

$$V_7 = V_5 - 4\frac{V_{R8}}{R_8}$$

$$V_7 = 97.2 - 4\left(\frac{51.389}{30}\right)$$

$$V_7 = 90.34[V]$$

Determine el valor de tensión sobre cada una de las resistencias.

Resistencia 1.Diferencia de potencial para R_1

$$V_{R1} = V_1 - V_2$$

$$V_{R1} = 80 - 52.574$$

$$V_{R1} = 27.42[V]$$

Resistencia 2.Diferencia de potencial para R_2

$$V_{R2} = V_2 - V_3$$

$$V_{R2} = 52.574 - 37.72$$

$$V_{R2} = 14.85[V]$$

Resistencia 3.Diferencia de potencial para R_3

$$V_{R3} = V_3$$

$$V_{R3} = 37.72$$

$$V_{R3} = 37.725[V]$$

Resistencia 4.Diferencia de potencial para R_4

$$V_{R4} = V_4 - V_3$$

$$V_{R4} = 108.6 - 37.72$$

$$V_{R4} = 70.8[V]$$

Resistencia 5.Diferencia de potencial para R_5

$$V_{R5} = V_4 - V_5$$

$$V_{R5} = 108.6 - 97.2$$

$$V_{R5} = 11.4[V]$$

Resistencia 6.Diferencia de potencial para R_6

$$V_{R6} = V_5 - V_6$$

$$V_{R6} = 97.2 - 111.389$$

$$V_{R6} = 14.18[V]$$

Resistencia 7.Diferencia de potencial para R_7

$$V_{R7} = V_7 - V_8$$

$$V_{R7} = 90.34 - 51.389$$

$$V_{R7} = 38.95[V]$$

Resistencia 8.Diferencia de potencial para R_8

$$V_{R8} = V_8$$

$$V_{R8} = 51.389$$

$$V_{R8} = 51.34V]$$

Comparamos los resultados entre el de nodos y de mallas, con respecto a los valores obtenidos de voltaje sobre las resistencias.

Análisis	Mallas	Nodos
Resistencia	Voltaje [V]	Voltaje [V]
R1	27.42	27.42
R2	14.84	14.85
R3	37.725	37.725
R4	70.92	70.8
R5	11.35	11.4
R6	14.16	14.18
R7	38.92	38.95
R8	51.3	51.34

Tabla 1