Ejercicio 7, corrientes y voltajes en circuitos trifásicos

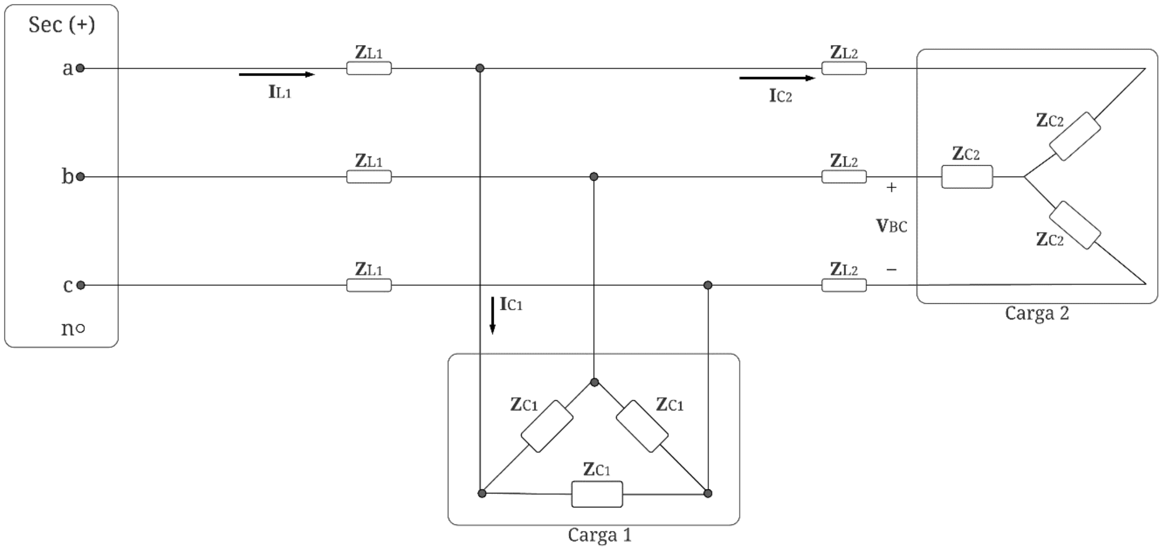

Figura 1

Para el circuito de la Figura 1, se pide: encontrar las corrientes descritas en el circuito, y conjuntamente encontrar el voltaje $\mathbf{V}_{Bc}$ en su forma fasorial. Teniendo como base los siguientes datos:

$\mathbf{Z}_{C1} = 21 + j30\ [\Omega]$; $\mathbf{Z}_{C2} = 10 - j20\ [\Omega]$; $\mathbf{Z}_{L1} = \mathbf{Z}_{L2} = 1 + j2\ [\Omega]$; $\mathbf{V}_{an} = 220 \angle 0°\ [\mathrm{V}]$

Solución

$$\mathbf{Z}_Y = \frac{1}{3}\mathbf{Z}_\Delta = \frac{1}{3}\mathbf{Z}_{C1}$$

$$\mathbf{Z}_{Y2} = 7 + j10\ [\Omega]$$

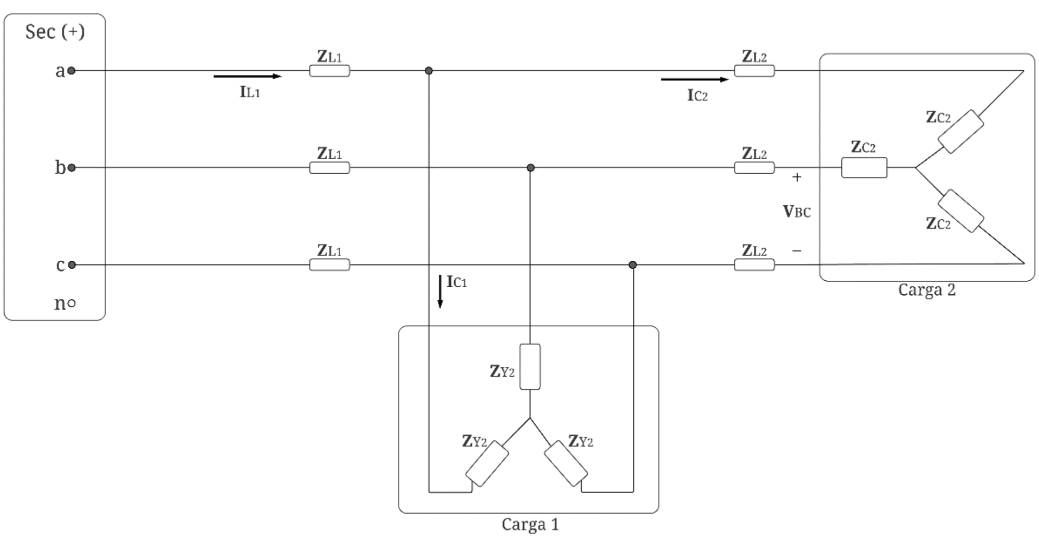

Figura 2

Realizando esa transformación, nos damos cuenta de que las impedancias $\mathbf{Z}_{C2}$ y $\mathbf{Z}_{L2}$ se encuentran en serie, y a su vez, ese equivalente esta en paralelo con la impedancia $\mathbf{Z}_{Y2}$.

$$\mathbf{Z}_{eq1} = \mathbf{Z}_{C2} + \mathbf{Z}_{L2} = 11 - j18\ [\Omega]$$

$$\mathbf{Z}_{eq2} = \mathbf{Z}_{eq1}\,||\,\mathbf{Z}_{Y2} = 12.2526 + j4.5567\ [\Omega]$$

Teniendo este equivalente, nos damos cuenta de que $\mathbf{Z}_{eq}T = \mathbf{Z}_{eq2} + \mathbf{Z}_{L1}$

$$\mathbf{Z}_{eq}T = 13.2526 + j6.5567\ [\Omega]$$

Entonces nos queda reducido el circuito de la siguiente manera:

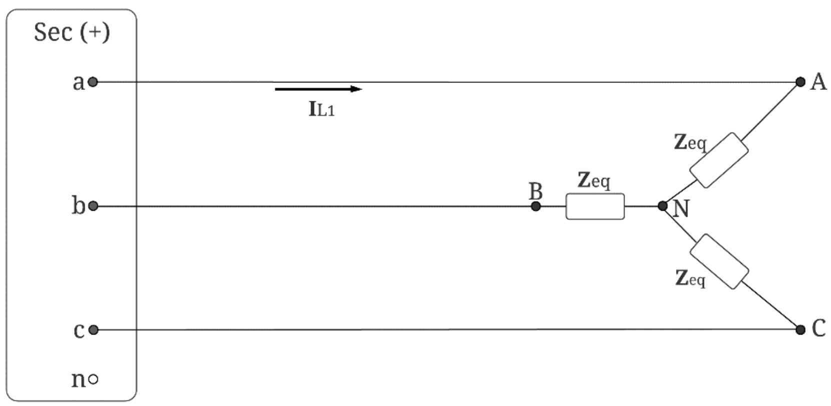

Figura 3

$\mathbf{V}_{an} = \mathbf{V}_{AN};\ \mathbf{V}_{BN}\ \&\ \mathbf{V}_{CN}$, por secuencia de fases, por ende, sabiendo eso, tenemos lo siguiente:

$$\mathbf{I}_{L1} = \frac{\mathbf{V}_{AN}}{\mathbf{Z}_{eq}T} = \frac{220\angle 0°}{13.2526 + j6.5567}$$

$$\mathbf{I}_{L1} = 13.3362 - j6.5980\ [\mathrm{A}] = 14.8791\angle -26.3239°\ [\mathrm{A}]$$

$\mathbf{I}_{L2}\ \&\ \mathbf{I}_{L3}$; están dadas por secuencia de fases, así que:

$$\mathbf{I}_{L2} = 11.0415\angle -146.3239°\ [\mathrm{A}]$$

$$\mathbf{I}_{L3} = 11.0415\angle 93.6761°\ [\mathrm{A}]$$

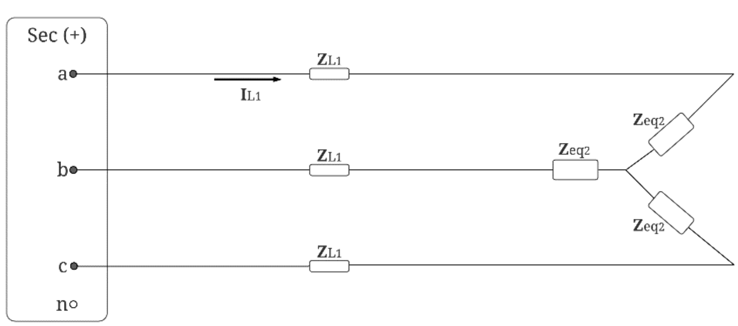

Figura 4

Teniendo el valor de $\mathbf{I}_{L1}$, procedemos a devolvernos, de tal modo podamos encontrar variables de interés, para empezar, hallaremos el voltaje que cae en $\mathbf{Z}_{eq2}$, entonces tenemos que:

$$\mathbf{V}_{eq2} = \mathbf{I}_{L1} \cdot \mathbf{Z}_{eq2} = (14.8791 \angle -26.3239°) \cdot (12.2526 + j4.5567)$$

$$\mathbf{V}_{eq2} = 194.507 \angle -5.9238° \text{ [V]}$$

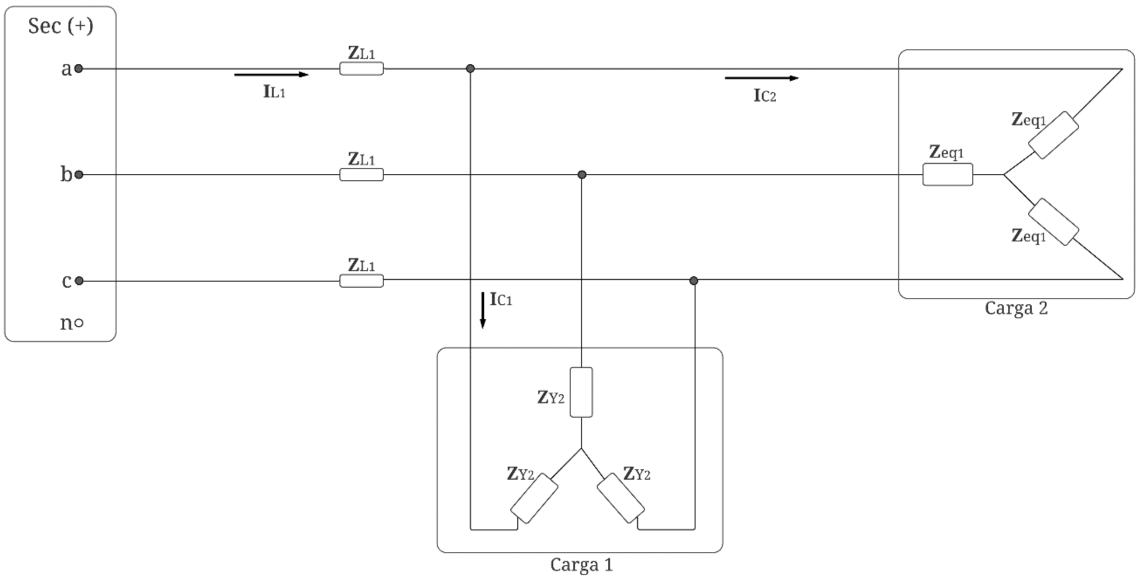

Figura 5

Sabiendo que la carga 1 y la carga 2 para el caso que se ilustra en la Figura 5, tenemos que aplica $\mathbf{V}_{eq2}$ para estos elementos, entonces tenemos lo siguiente:

$$\mathbf{I}_{C2} = \frac{\mathbf{V}_{eq2}}{\mathbf{Z}_{eq1}} = \frac{194.507 \angle -5.9238°}{11 - j18}$$

$$\mathbf{I}_{C2} = 9.2205 \angle 52.6466° \text{ [A]}$$

$$\mathbf{I}_{C1} = \frac{\mathbf{V}_{eq2}}{\mathbf{Z}_{Y2}} = \frac{194.507 \angle -5.9238°}{7 + j10}$$

$$\mathbf{I}_{C1} = 15.9346 \angle -60.9318° \text{ [A]}$$

Ya encontramos nuestras dos variables de interés, ahora solo nos falta hallar $\mathbf{V}_{Bc}$, nos devolvemos al circuito original (Figura 1), para hallar el voltaje en los elementos de la carga 2, entonces tenemos que:

$$\mathbf{V}_{C2} = \mathbf{I}_{C2} \cdot \mathbf{Z}_{C2} = (9.2205 \angle 52.6466°) \cdot (10 - j20)$$

$$\mathbf{V}_{C2} = 206.177 \angle -10.7883° \text{ [V]}$$

Teniendo el voltaje $\mathbf{V}_{C2}$, ya solo nos faltaría convertir este voltaje a delta, para que de este modo podamos encontrar nuestra variable $\mathbf{V}_{Bc}$, sabemos que:

$$\mathrm{V}_L = \sqrt{3}\,\mathrm{V}_F$$

Donde

$$\theta_{AB} = \theta_{an} - 30°$$

Relacionando esto con nuestro problema, tenemos que:

$$\mathrm{V}_{AB} = \sqrt{3}\,\mathrm{V}_{C2}$$

$$\mathbf{V}_{AB} = \sqrt{3}\left(206.177\ \angle(-10.7883° - 30°)\right)$$

$$\mathbf{V}_{AB} = 357.108\ \angle -40.7883°\ [\mathrm{V}]$$

Para el caso de $\mathbf{V}_{BC}$, $\mathbf{V}_{CA}$, se obtienen por secuencia de fases, entonces tenemos que:

$$\mathbf{V}_{BC} = 357.108\ \angle -160.7883°\ [\mathrm{V}]$$

$$\mathbf{V}_{CA} = 357.108\ \angle\ 79.2117°\ [\mathrm{V}]$$

Entonces nuestro fasor de $\mathbf{V}_{BC}$, es el siguiente:

$$\mathbf{V}_{BC} = 357.108\ \angle -160.7883°\ [\mathrm{V}]$$