1. OBJETIVOS

- Por medio del uso del osciloscopio se determinarán las variables de voltaje y corriente y φ (phi), utilizando una frecuencia de 60 Hz con el modulo de fuentes del banco de Lorenzo.
- Cuantificar las variables del circuito, voltajes, corrientes, potencias de cada elemento del circuito, expresándolas en valores eficaces y elaborando un triángulo de potencias e impedancias.
- Por medio del triángulo de potencias sabremos el comportamiento de los elementos del circuito con respecto a la fuente, hallaremos factor de potencia y con respecto a phi sabremos el atributo correspondiente al factor de potencia, sabiendo de que tipo es el circuito.

2. MARCO CONCEPTUAL

Para realizar está practica de laboratorio es necesario tener claros algunos conceptos relacionados al comportamiento de los circuitos tanto en el en el dominio del tiempo (t) como en dominio de la frecuencia (ω), tales como impedancia, frecuencia angular, triángulo de impedancias, ángulo de fase, diferentes potencias en cada elemento, triangulo de potencias, por lo tanto, abordaremos dichos conceptos con una definición detallada de cada uno de ellos.

POTENCIA INSTANTANEA

La potencia instantánea que se suministra a cualquier dispositiva está dada por el producto de la tensión instantánea a través del dispositivo y la corriente instantánea que circula en él:

$$\rho(t) = v(t)\, i(t)$$

Si el dispositivo en cuestión consiste en una resistencia R, entonces la potencia quizá se exprese solo en términos de su corriente o nada mas mediante la corriente o la tensión:

$$\rho(t) = v(t)i(t) = i^2(t)R = \frac{v^2(t)}{R}$$

Si la tensión y la corriente se asocian con un dispositivo que es completamente inductivo, entonces:

$$\rho(t) = v(t)i(t) = Li(t)\frac{di(t)}{dt} = \frac{1}{L}v(t)\int_{-\infty}^{t} v(t')dt'$$

Donde se supone de manera arbitraria que la tensión es cero en t = -∞, en el caso de un capacitor:

$$\rho(t) = v(t)i(t) = Cv(t)\frac{dv(t)}{dt} = \frac{1}{C}i(t)\int_{-\infty}^{t} i(t')dt'$$

POTENCIA PROMEDIO (ACTIVA) EN EL ESTADO SENOIDAL PERMANENTE

La potencia activa se puede catalogar como la potencia que consume el circuito, aunque a veces la mal llamada la potencia que genera, esta potencia básicamente se haya a los elementos resistivos que contenga el circuito, en los circuitos puramente capacitivo o puramente inductivo, la potencia de estos elementos será cero, y la formula esta expresada como:

$$P = \frac{1}{2}Vm\, Im\ \cos\varphi$$

POTENCIA PROMEDIO ABSORBIDA POR UNA RESISTENCIA IDEAL

La diferencia de ángulo de fase entre la corriente y la tensión en una resistencia pura es cero. De tal modo:

$$PR = \frac{1}{2}VmIm$$

$$PR = \frac{1}{2}Im^2R$$

$$PR = \frac{Vm^2}{2R}$$

POTENCIA PROMEDIO ABSORBIDA EN ELEMENTOS PURAMENTE REACTIVOS

La potencia promedio entregada a cualquier dispositivo que es puramente reactivo (es decir, que no contiene resistencias) debe ser cero. Éste es un resultado directo de la diferencia de fase de 90°, que debe existir entre la corriente y la tensión; en consecuencia, Cos(θ −φ)=Cos±90◦ =0y

$$PX = 0$$

VALOR EFICAZ DE UNA ONDA PERIÓDICA

Se define de manera arbitraria el valor eficaz en términos de una forma de onda de corriente, si bien sería igualmente posible elegir una tensión. El valor eficaz de cualquier corriente periódica resulta igual al valor de la corriente directa que, al fluir a través de una resistencia de R-ohm entrega la misma potencia promedio a la resistencia que la corriente periódica. En otras palabras, se deja que una corriente periódica dada fluya por la resistencia, se determina la potencia instantánea i2R, y luego se obtiene el valor promedio de i2R sobre un periodo; esto es la potencia promedio (activa). Se provoca después que una corriente directa fluya por esta misma resistencia y se ajusta el valor de la corriente directa hasta que se obtenga el mismo valor de potencia promedio. La magnitud resultante de la corriente directa es igual al valor eficaz de la corriente periódica dada.

Y esta dada por la siguiente ecuación:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt}$$

VALOR EFICAZ (RMS) DE UNA ONDA SENOIDAL

El caso especial más importante es el de la forma de onda senoidal. Seleccionar la corriente senoidal

$$i(t) \;=\; Im\, cos(\omega t \;+\varphi)$$

que tiene un periodo

$$T \;= \frac{2\pi}{\omega}$$

y sustituirla en la ecuación de valor eficaz de una onda periódica para obtener el valor eficaz

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 m\, cos(\omega t \;+\varphi)\, dt}$$

$$I = Im\sqrt{\frac{\omega}{2\pi}\int_0^{2\pi/\omega}\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}cos(2\omega t \;+2\varphi)\;\right]dt}$$

$$I = Im\sqrt{\frac{\omega}{4\pi}[t]^{2\pi/\omega}}$$

$$I = \frac{Im}{\sqrt{2}}$$

De esta forma, el valor eficaz de una corriente senoidal es una cantidad real independiente del ángulo de fase y numéricamente igual a 1/√2=0.707 veces la amplitud de la corriente. Por lo tanto, una corriente √2 cos(ωt +φ)A, tiene un valor eficaz de 1 A y entregará la misma potencia promedio a cualquier resistencia, como lo hará una corriente directa de 1 A.

USO DE LOS VALORES RMS PARA CALCULAR LA POTENCIA PROMEDIO

La utilización del valor eficaz simplifica también un poco la expresión de la potencia promedio que entrega una corriente o una tensión senoidal, al evitar el uso del factor 1 2. Por ejemplo, la potencia promedio que se entrega a una resistencia de R ohms a partir de una corriente senoidal, se calcula mediante.

$$P = \frac{1}{2} Im^2 R$$

En razón de que Ief = Im/√2, la potencia promedio se escribirá como:

$$P = I^2 R$$

Las otras expresiones también se escribirían en términos de valores eficaces:

$$P = VI\, cos(\theta - \varphi)$$

$$P = \frac{V^2}{R}$$

POTENCIA APARENTE Y FACTOR DE POTENCIA

Si las respuestas en tensión y en corriente aplicadas fueron cantidades cd, la potencia promedio entregada a la red habría sido simplemente igual al producto de la tensión y la corriente. Al aplicar esta técnica de cd al problema senoidal, se debe obtener el valor de la potencia absorbida, que está dada “aparentemente” por el familiar producto Vef Ief. Sin embargo, este producto de los valores eficaces de la tensión y la corriente no es la potencia promedio; se define dicho producto como la potencia aparente. En términos dimensionales, la potencia aparente debe medirse en las mismas unidades que la potencia real, pues cos(θ −φ) es adimensional; pero para evitar confusiones, se aplica el término volt-amperes o VA a la potencia aparente. Puesto que cos(θ −φ) no puede tener una magnitud mayor que la unidad, resulta evidente que la magnitud de la potencia real no es mayor que la de la potencia aparente. La proporción entre las potencias reales o promedio (activa) y la potencia aparente recibe el nombre de factor de potencia y se simboliza como FP. En consecuencia,

$$FP = \frac{potencia\ promedio}{potencia\ aparente} = \frac{P}{V \cdot I}$$

POTENCIA COMPLEJA

La potencia compleja se define con referencia a una tensión senoidal general Vef = Vef /θ entre un par de terminales y una corriente senoidal general Ief = Ief φ que fluye por una de las terminales, de modo que cumple la convención pasiva de signos. La potencia promedio P que absorbe la red a través sus dos terminales es, entonces,

$$P = V\, I\, cos(\theta - \varphi)$$

y ahora se podría dejar que la potencia se vuelva compleja al definir la potencia compleja S como

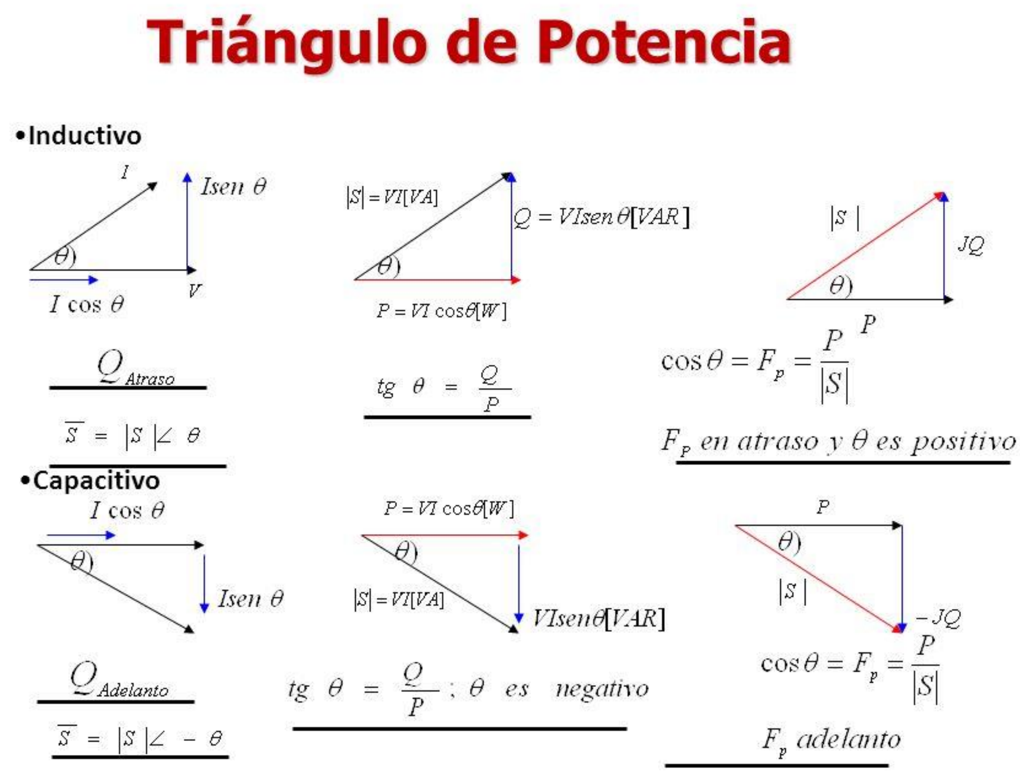
$$S = V\, \check{\check{I}}\, *$$

resulta evidente que la magnitud de S, Vef Ief, es la potencia aparente y el ángulo de S, (θ −φ), es el ángulo FP (es decir, el ángulo mediante el cual la tensión adelanta a la corriente). En forma rectangular, se tiene

$$\mathbb{S} = P + jQ$$

donde P es la potencia promedio como antes. La parte imaginaria de la potencia compleja se simboliza como Q y se denomina potencia reactiva. Las dimensiones de Q son las mismas que las de la potencia real P, de la potencia compleja S, y de la potencia aparente |S|.

$$Q = V\,I\,sin(\theta - \varphi)$$



El llamado triángulo de potencias es la mejor forma de ver y comprender de forma gráfica qué es el factor de potencia o coseno de “phi” (Cos φ) y su estrecha relación con los restantes tipos de potencia presentes en un circuito eléctrico de corriente alterna.

4. MEMORIA DE CALCULOS

Comportamiento de las cargas en el dominio de la frecuencia

- $\boldsymbol{Z} = \frac{\boldsymbol{V}}{\boldsymbol{I}} = \frac{[V]}{[A]} = [\Omega]$
- $\boldsymbol{Z_R} = \boldsymbol{R}$
- $\boldsymbol{Z_L} = j\omega L$
- $\boldsymbol{Z_C} = -j\frac{1}{\omega c}$

$Z = R \pm jX$ Impedancia – R parte resistiva
−X reactancia

Las impedancias se dan en forma rectangular

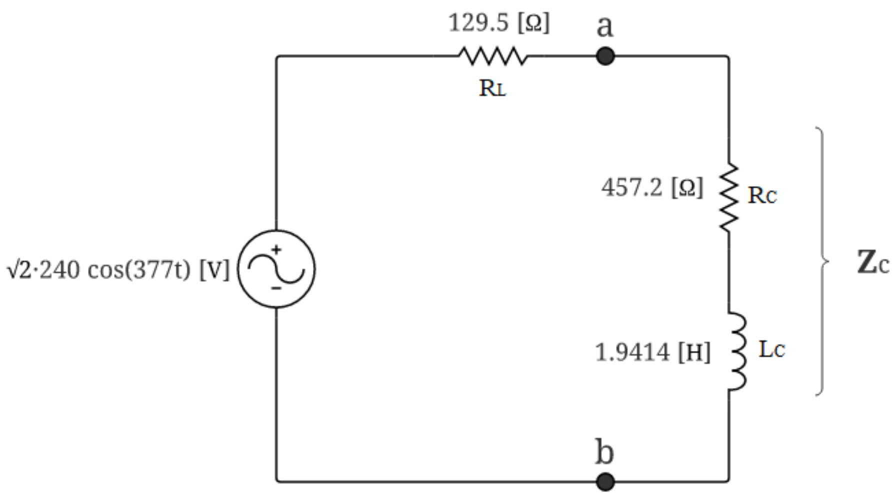
Aspectos importantes:

- Si la impedancia equivalente es negativa (-) el circuito es de tipo capacitivo
- Si la impedancia equivalente es positiva (+) el circuito es de tipo inductivo
- El fasor $\boldsymbol{V_R}$ tiene el mismo ángulo de la corriente fasorial **I**, no hay desfase.
- En una capacidad la corriente adelanta 90° a la tensión de la misma.
- En una bobina la corriente se atrasa 90° de la tensión de la misma.
- La potencia activa en reactivos es cero.
- La potencia reactiva en elementos resistivos es cero.

En un circuito RLC se cumple la ley de tensiones de Kirchhoff, es decir:

LTK=$\boldsymbol{V_R} + \boldsymbol{V_L} + \boldsymbol{V_C} = \boldsymbol{vf}$

CALCULOS

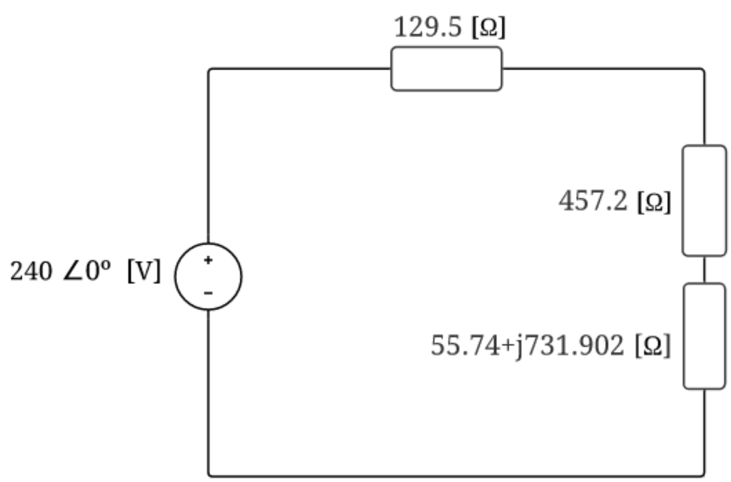


- $2\pi f \;\; \rightarrow \;\; \omega = 2\pi * 60 \;\; \rightarrow \;\; \omega = 377\, rad/s$
- $\boldsymbol{Z_L} = j\omega L = j * 377 * 1.9414 = j731.902\ [\Omega]$
- $\boldsymbol{V_f} = 240\angle 0°$

TABLA DE VALORES DE TENSIÓN Y CARGAS

DOMINIO DEL TIEMPO	DOMINIO DE LA FRECUENCIA
$V_f = \sqrt{2}\,240\cos(377t)\ [v]$	$\boldsymbol{V_f} = 240\angle 0°\ [v]$
$R_L = 129.5[\Omega]$	$\boldsymbol{Z}R_l = 129.5[\Omega]$
$L = 1.9414[H]$	$\boldsymbol{Z}L = j731.902[\Omega]$
$R_{Bobina} = 55.74[\Omega]$	$R_{Bobina} = 55.74[\Omega]$
$R_c = 457[\Omega]$	$\boldsymbol{Z}R_c = 457[\Omega]$

CIRCUITO EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA



- $\boldsymbol{Zeq_{Carga}} = (457 + j731.902) = 457 + j731.902\ [\Omega]$

  $\boldsymbol{Z_{eq}} = 862.861\angle 58.0193°[\Omega]$
- $\boldsymbol{Zeq_{Fuente}} = (127.5 + 457 + 55.74 + j731.902) = 642.24 + j731.902\ [\Omega]$

  $\boldsymbol{Z_{eq}} = 973.731\angle 48.7332°[\Omega]$

Corriente del circuito

- $\boldsymbol{I_{ab}} = \frac{\boldsymbol{V_f}}{\boldsymbol{Zeq_{Fuente}}} = \frac{240\angle 0°}{973.731\angle 48.7332°}\frac{[v]}{[\Omega]}$

  $\boldsymbol{I_{ab}} = 0.246475\angle -48.7332°\ [A]$

- $\boldsymbol{VR_L} = (129.5)(0.246475\angle -48.7332°)\ [\boldsymbol{v}]$
  $\boldsymbol{VR_L} = 21.0523 - j23.9914\ [v]$
  $\boldsymbol{VR_L} = 31.9185\ \angle -48.7332°\ [v]$

- $\boldsymbol{V_L} = (j731.902)(0.246475\angle -48.7332°\ )\ [\boldsymbol{v}]$

  $\boldsymbol{V_L} = 135.593 + j118.983\ [v]$

  $\boldsymbol{V_L} = 180.395\ \angle 41.2668°\ [v]$

- $\boldsymbol{VR_C} = (457)(0.246475\angle -48.7332°\ )\ [\boldsymbol{v}]$

  $\boldsymbol{VR_C} = 74.2928 - j84.6646\ [v]$

  $\boldsymbol{VR_C} = 112.639\ \angle -48.7332°\ [v]$

- $\boldsymbol{V_{a-b}} = (512.74 + j731.902)(0.246475\angle -48.7332°\ )\ [\boldsymbol{v}]$

  $\boldsymbol{V_{a-b}} = 219..192 - j24.0183\ [v]$

  $\boldsymbol{V_{a-b}} = 220.504\ \angle 6.2533°\ [v]$

Potencia instantánea

$$\mathrm{pR}_L = \frac{1}{2}(31.9185)(0.246475) + \frac{1}{2}(31.9185)(0.246475)\cos(240\pi t)[W]$$

$$\mathrm{pR}_L = 3.9335 + 3.9335(\cos(120\pi t - 48.7332°))^2\ \ [W]$$

$$pL = \frac{1}{2}(180.395)(0.246475)\sin(240\pi t)$$

$$pL = 22.2314\sin(240\pi + 41.2668)\ [W]$$

$$\mathrm{pR}_C = \frac{1}{2}(112.639)(0.246475) + \frac{1}{2}(112.639)(0.246475)\cos(240\pi t)[W]$$

$$\mathrm{pR}_C = 13.8813 + 13.8813(\cos(120\pi t - 48.7332°))^2\ \ [W]$$

Potencia activa

$$PR_L = (31.9185) * (0.246475)[W]$$

$$PR_L = 7.8671[W]$$

$$PL = 0[W]$$

$$PR_L = (112.639) * (0.246475)[W]$$

$$PR_c = 27.7627[W]$$

Potencia Reactiva

$QR_L = 0[VAR]$

$QL = (180.395)(0.246475)\sin(90)[VAR]$

$QL = 44.4629\ [VAR]$

$QR_C = 0[VAR]$

Potencia Compleja Fuente

$\mathbb{S}f = Vf \times I^{x}$

$\mathbb{S}f = (240\angle 0°) * (0.0.246475\angle 48.7332°)[VA]$

$\mathbb{S}f = 59.154\angle 48.7332[VA]$

Potencia Compleja En La Carga

$PR_c = 27.7627[W]$

$QL = 44.4629\ [VAR]$

$S = \sqrt{(27.7627)^2 + (44.4629)^2}$

$S = 52.4187\ [VA]$

$\varphi = \tan^{-1}\frac{44.4629}{27.7627}$

$\varphi = 58.0193$

$\mathbb{S}c = 52.4187\ \angle 58.0193\ [VA]$

Balance De Potencias Complejas

Potencias compleja de la fuente igual a potencias compleja de las cargas

$\mathbb{S}f = \mathbb{S}c + PR_L$

$39.016 + j44.4629\ [VA] = 7.8671 + 27.7627 + j44.4629\ [VA]$

$39.016 + j44.4629\ [VA] = 37.0113 + j44.4629\ [VA]$

$59.154\angle 48.7332[VA] = 57.8514\ \angle 50.2257\ [VA]$

Factor De Potencia De La Carga

$FP = \cos\varphi_{Carga}$

$FP = \cos 58.0193$

$FP = 0.5296\ (-)$

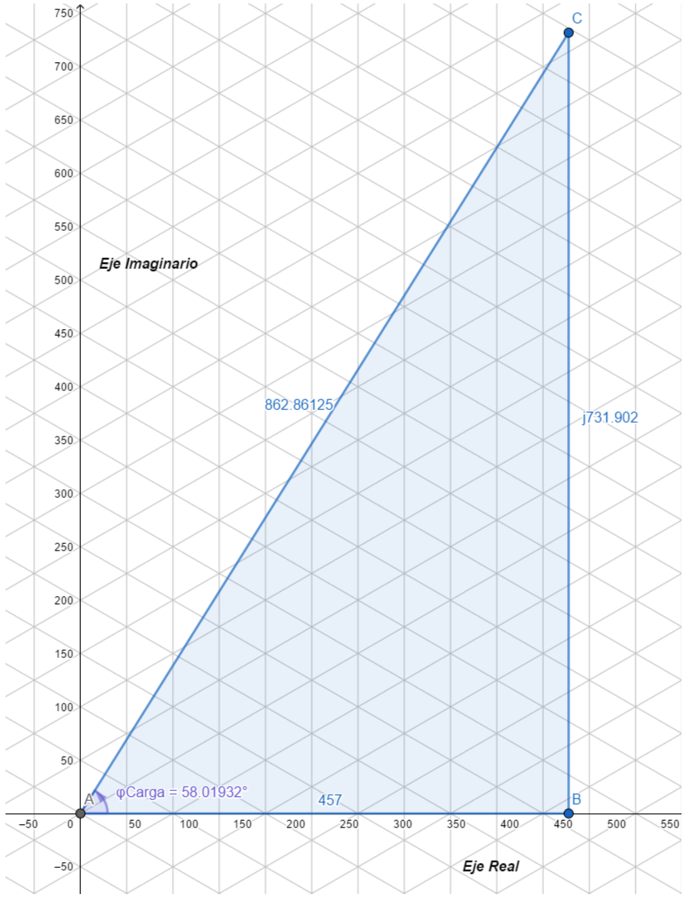
Factor De Potencia De La Fuente

$FP = \cos\varphi_{Fuente}$

$FP = \cos 48.7332$

$FP = 0.6595\ (-)$

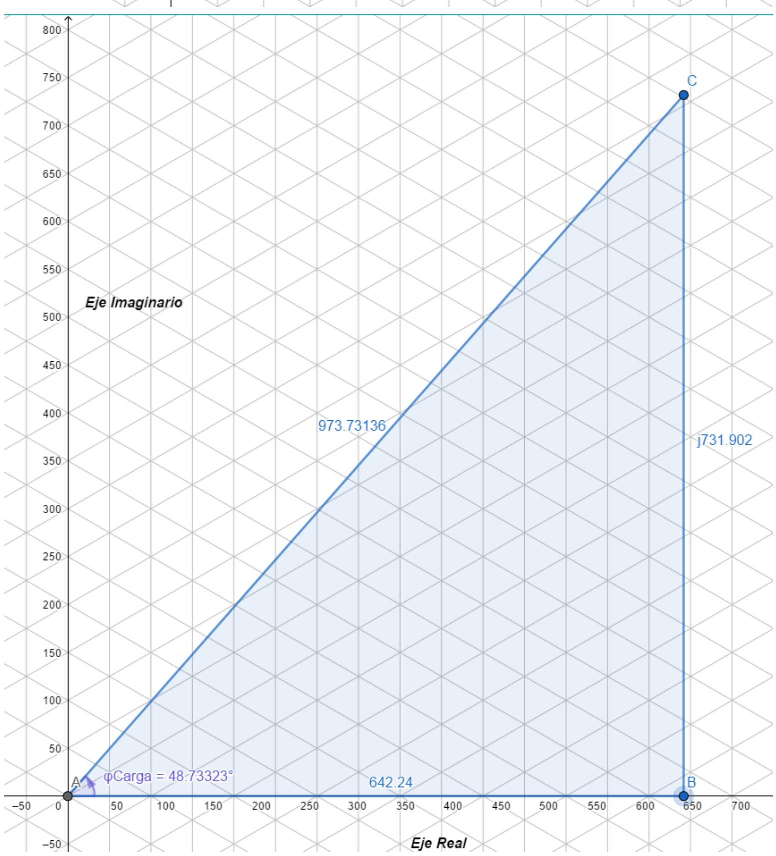
Triángulo De Impedancias



$$\varphi_{Carga} = 58.0193$$

- $\boldsymbol{Zeq_{Carga}} = (457 + j731.902) = 457 + j731.902\ [\Omega]$

  $\boldsymbol{Z_{eq}} = 862.861\angle 58.0193°[\Omega]$



$$\varphi_{Fuente} = 48.7332$$

$$(\theta_v - \theta_i)$$

$$(0 - (-48.7332))$$

$$\varphi_{Fuente} = 48.7332$$

Triángulo De Potencias De La Carga

$\varphi_{Carga} = 58.0193$

$PR_c = 27.7627[W]$

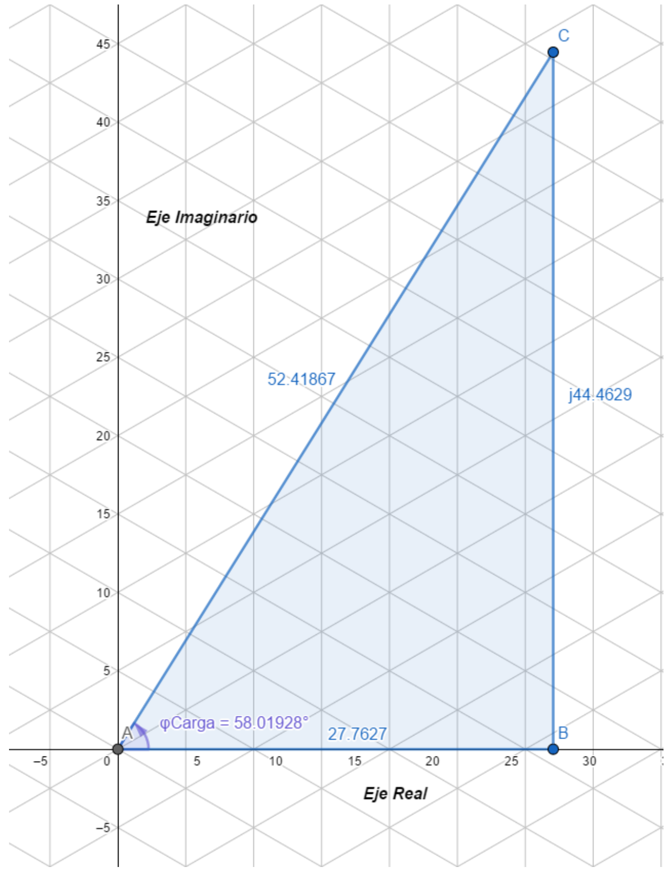
$QL = 44.4629\ [VAR]$

$S = \sqrt{(27.7627)^2 + (44.4629)^2}$

$S = 52.4187\ [VA]$

$\varphi_{Carga} = \tan^{-1}\frac{44.4629}{27.7627}$

$\varphi_{Carga} = 58.0193$



$\varphi_{Fuente} = 48.7332$

$PR_c = 27.7627[W]$

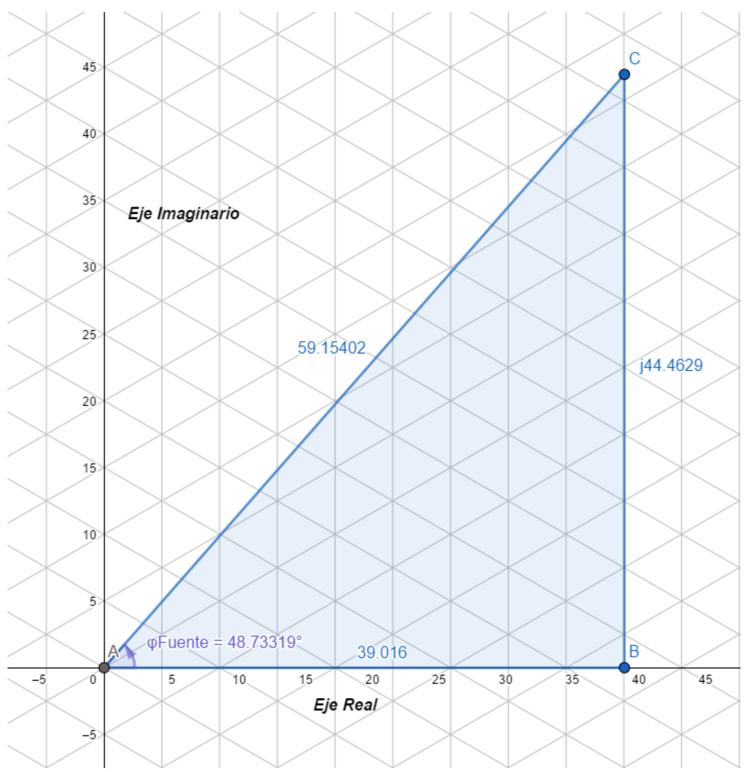
$PR_L = 7.8671[W]$

$PR_T = 39.016[W]$

$QL = 44.4629\ [VAR]$

$S = \sqrt{(39.016)^2 + (44.4629)^2}$

$S = 59.154\ [VA]$



$$\varphi_{Fuente} = \tan^{-1}\frac{44.4629}{39.016}$$

$$\varphi_{Fuente} = 48.7332$$

5. BIBLIOGRAFIA

- William H. Hayt, Jr. Jack E. Kemmerly, Steven M. Durbin, Análisis de circuitos en ingeniería, Carlos Roberto Cordero Pedraza (Trad), 7ª ed. impreso en china por CTPS, McGRAW-HILL, 2007, ISBN-13: 978-970-10-6107-7.
  Paginas: (419:431)
- James A. Svoboda, Richard C. Dorf, Circuitos Electricos, novena edición, Capitulo 11
  Paginas: (504:519)