

EJERCICIO CAPITULO 4

Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Tecnología en sistemas eléctricos de media y baja tensión

- El diagrama de Bode de un sistema se muestra en la figura 1.
 1. Halle la función de transferencia de este sistema..
 2. A partir de la función de transferencia del literal 1 y además, si s es igual a jw , y w es igual a 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1.000, 2.000, 5.000, 10.000, 20.000, 50.000 y 100.000 [rad/seg], evalúe la función de transferencia como un número complejo en coordenadas polares. Luego tabule y grafique el diagrama de Bode resultante.

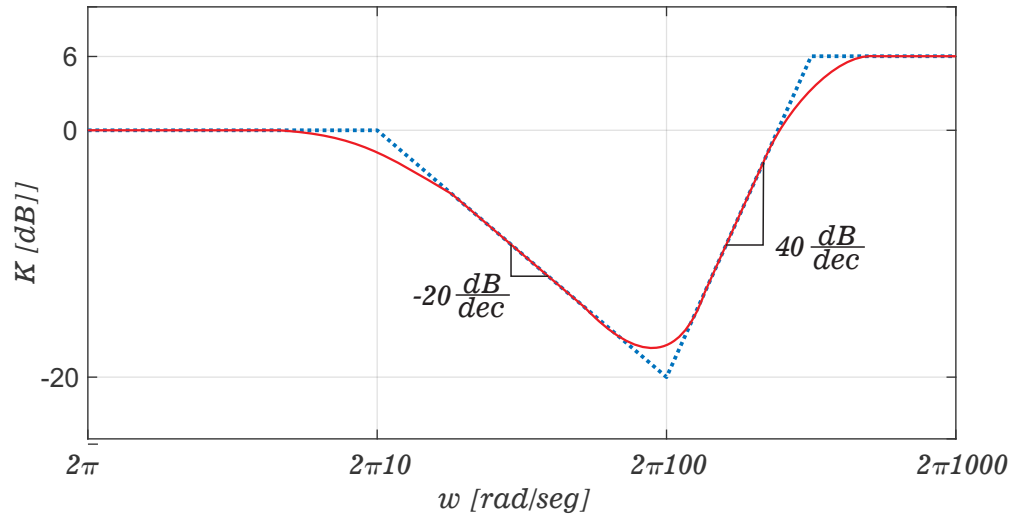


Figura 1: Trazo de Bode magnitud

1. Función de transferencia

Primero se debe identificar las frecuencias de corte que tiene el sistema. Se desconoce una de ella, la cual es cuando su valor es de 6 dB como se puede ver en la figura 2.

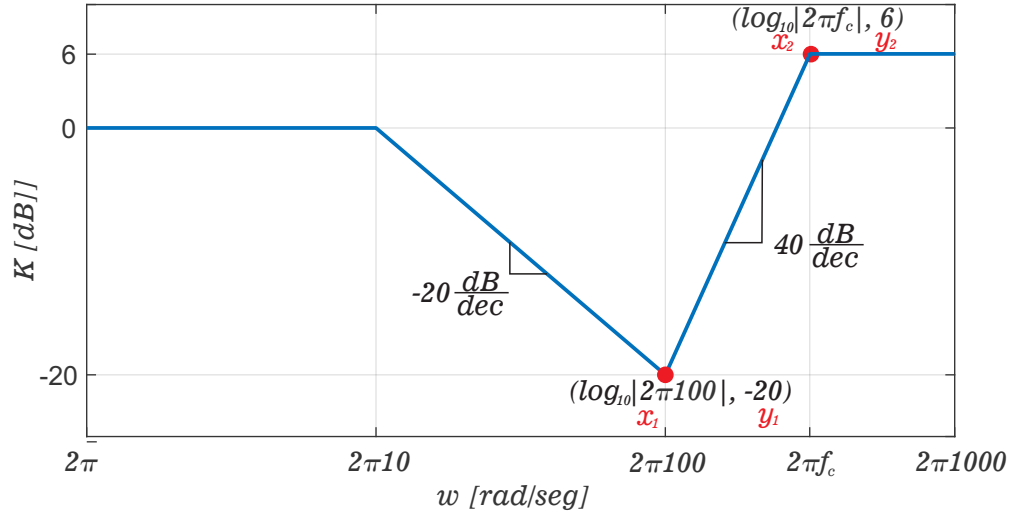


Figura 2: Traza de magnitud aproximada

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

se tiene que $x_1 = \log_{10} |2\pi 100|$, $x_2 = \log_{10} |2\pi f_c|$, $y_1 = -20$, $y_2 = 6$ y una pendiente de $m = 40$.

$$40 = \frac{(6) - (-20)}{\log_{10} |2\pi f_c| - \log_{10} |2\pi 100|}$$

$$40 = \frac{26}{\log_{10} \left| \frac{f_c}{100} \right|}$$

$$\log_{10} \left| \frac{f_c}{100} \right| = \frac{26}{40}$$

$$f_c = 100 \left(10^{\frac{26}{40}} \right)$$

$$f_c \simeq 447 \text{ [Hz]}$$

Se descompone la magnitud en 3 líneas recta de Bode como se observa en la figura 3

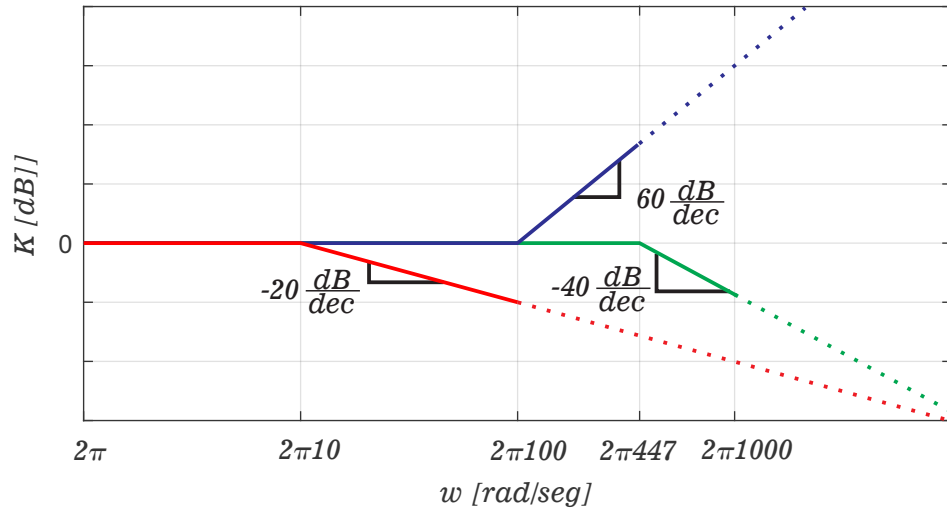


Figura 3: Líneas rectas de Bode

- Línea Recta roja

Para esta recta, se tiene una frecuencia de corte a una frecuencia de 10 [Hz] y es un polo de orden uno ya que su pendiente es de $-20 \left[\frac{dB}{dec} \right]$.

$$H_{RJ}(s) = \frac{1}{s \left(\frac{1}{2\pi 10} \right) + 1}$$

- Línea Recta azul

Para esta recta, se tiene una frecuencia de corte a una frecuencia de 100 [Hz] y es un cero de orden tres ya que su pendiente es de $60 \left[\frac{dB}{dec} \right]$, con el fin de sumarse con la pendiente de la recta roja para así obtener una pendiente de $40 \left[\frac{dB}{dec} \right]$ a partir de los 100 [Hz] hasta los 447 [Hz] (ver figura 1).

$$H_{AZ}(s) = \left(s \left(\frac{1}{2\pi 100} \right) + 1 \right)^3$$

- Línea Recta verde

Para esta recta, se tiene una frecuencia de corte a una frecuencia de 447 [Hz] y es un polo de orden dos ya que su pendiente es de $-40 \left[\frac{dB}{dec} \right]$, con el fin de sumarse con la pendiente de la recta roja y la verde y así obtener una pendiente de $0 \left[\frac{dB}{dec} \right]$ a partir de los 477 [Hz] hasta los 1 [kHz] (ver figura 1).

$$H_{VD}(s) = \frac{1}{\left(s \left(\frac{1}{2\pi 447} \right) + 1 \right)^2}$$

Ahora, se suman las tres líneas rectas de forma logarítmica.

$$\log_{10} |H(s)| = \log_{10} |H_{RJ}(s)| + \log_{10} |H_{AZ}(s)| + \log_{10} |H_{VD}(s)|$$

$$\log_{10} |H(s)| = \log_{10} \left| \frac{1}{s \left(\frac{1}{2\pi 10} \right) + 1} \right| + \log_{10} \left| \left(s \left(\frac{1}{2\pi 100} \right) + 1 \right)^3 \right| + \log_{10} \left| \frac{1}{\left(s \left(\frac{1}{2\pi 447} \right) + 1 \right)^2} \right|$$

Por propiedad de los logaritmos la expresión se reduce de la siguiente manera.

$$\log_{10} |H(s)| = \log_{10} \left| \frac{\left(s \left(\frac{1}{2\pi 100} \right) + 1 \right)^3}{\left(s \left(\frac{1}{2\pi 10} \right) + 1 \right) \left(s \left(\frac{1}{2\pi 447} \right) + 1 \right)^2} \right|$$

$$H(s) = \frac{\left(s \left(\frac{1}{2\pi 100} \right) + 1 \right)^3}{\left(s \left(\frac{1}{2\pi 447} \right) + 1 \right)^2 \left(s \left(\frac{1}{2\pi 10} \right) + 1 \right)} \quad (1)$$

Una vez obtenida la función de transferencia, en la figura se presenta el diagrama de Bode con la ayuda de Matlab.

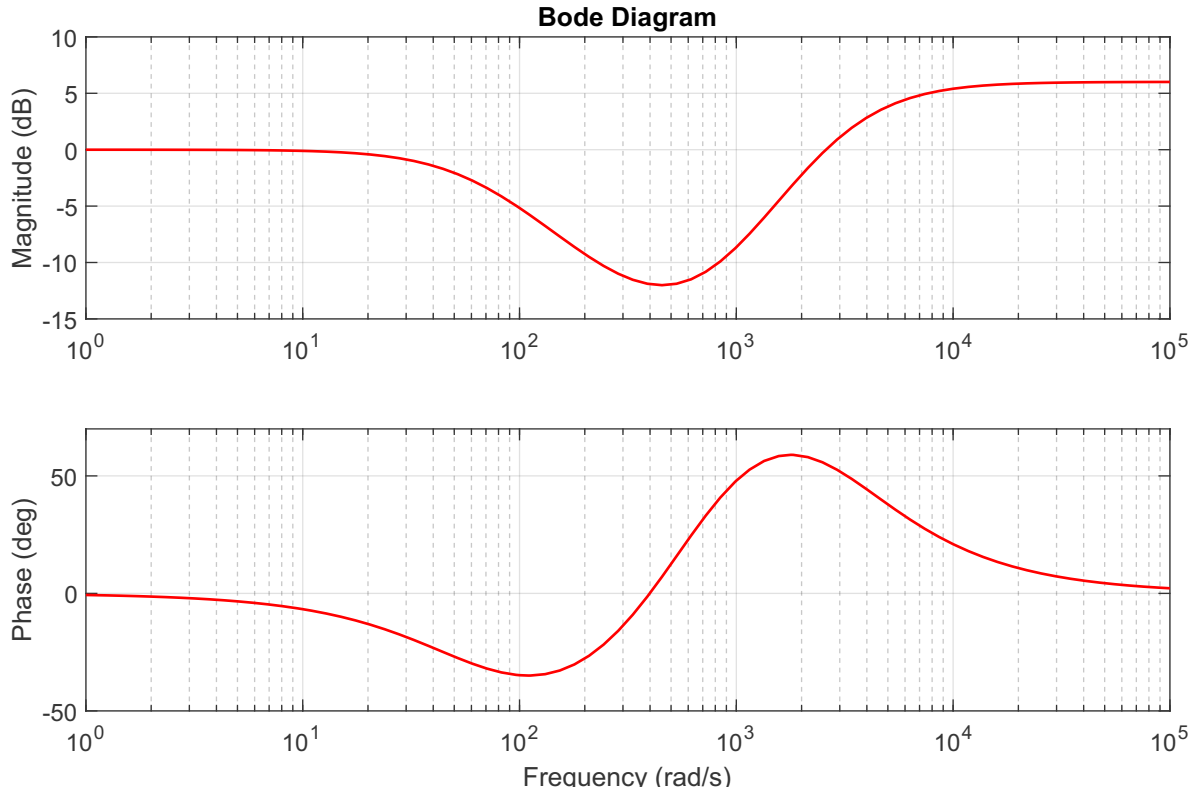


Figura 4: Traza de Bode, magnitud y fase

2. Tabulación

Se inicia reemplazando en la ecuación 1 jw por s .

$$\mathbf{H}(jw) = \frac{(jw(\frac{1}{2\pi 100}) + 1)^3}{(jw(\frac{1}{2\pi 447}) + 1)^2 (jw(\frac{1}{2\pi 10}) + 1)}$$

al tener la ecuación en función de la frecuencia angular y dejando la expresión de forma polar, se obtiene la magnitud y el ángulo.

$$\mathbf{H}(jw) = H \angle \theta^\circ$$

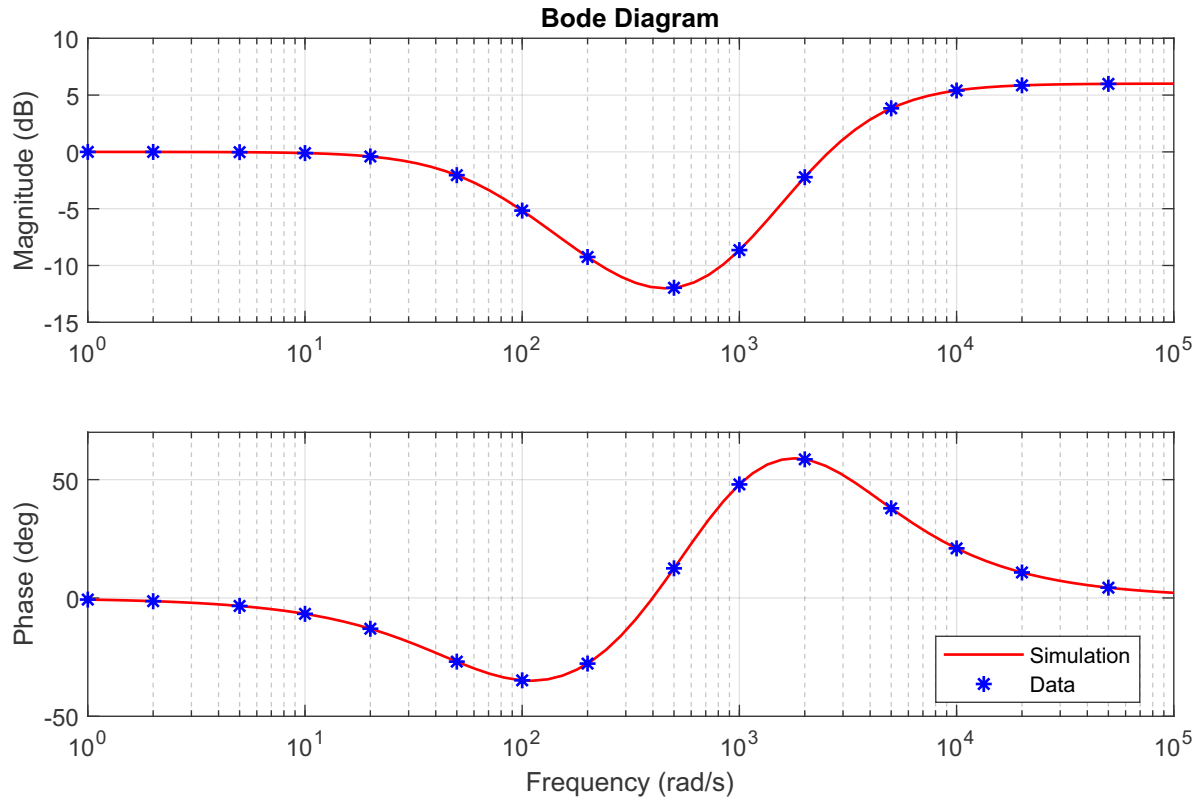
El ángulo se toma según lo que de el número complejo, pero a la magnitud se le agrega la siguiente expresión para llevarlo a decibels.

$$H_{dB} = 20 \log_{10} |H|$$

A continuación se presenta una tabla con diferentes valores para la frecuencia angular, observe como cambia la magnitud y la fase.

Frecuencia angular $\left(\frac{rad}{seg}\right)$	Magnitud	Magnitud (dB)	Fase ($^{\circ}$)
1	0.9999	-0.0011	-0.6790
2	0.9995	-0.0043	-1.3576
5	0.9969	-0.0266	-3.3861
10	0.9879	-0.1054	-6.7156
20	0.9543	-0.4064	-13.0033
50	0.7897	-2.0511	-26.9021
100	0.5517	-5.1666	-34.8072
200	0.3447	-9.2523	-27.7354
500	0.2523	-11.9632	12.5094
1,000	0.3696	-8.6458	47.9729
2,000	0.7739	-2.2267	58.5681
5,000	1.5548	3.8338	37.8799
10,000	1.8629	5.4040	20.9499
20,000	1.9623	5.8555	10.7692
50,000	1.9923	5.9870	4.3422
100,000	1.9966	6.0060	2.1736

Al graficar los datos de la tabla en la gráfica de la figura 4, se vería así:



3. Simulación

Respuesta en frecuencia

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Facultad tecnológica

Tecnología en sistemas eléctricos de media y baja tensión

Análisis de circuitos III

```
clear
clc
close all
```

Función de transferencia

```
H1 = [1/(2*pi*100) 1];
H2 = [1/(2*pi*447) 1];
H3 = [1/(2*pi*10) 1];

num = conv(conv(H1,H1),H1);
den = conv(conv(H2,H2),H3);
```

Diagrama de Bode

```
[mag,pha,w] = bode(num,den);

figure(1)
subplot(211)
    semilogx(w,20*log10(mag),'r','LineWidth',1)
    title('Bode Diagram')
    ylabel('Magnitude (dB)')
    axis([1 1e5 -15 10])
    grid on
subplot(212)
    semilogx(w,pha,'r','LineWidth',1)
    ylabel('Phase (deg)')
    xlabel('Frequency (rad/s)')
    axis([1 1e5 -50 70])
    grid on
```

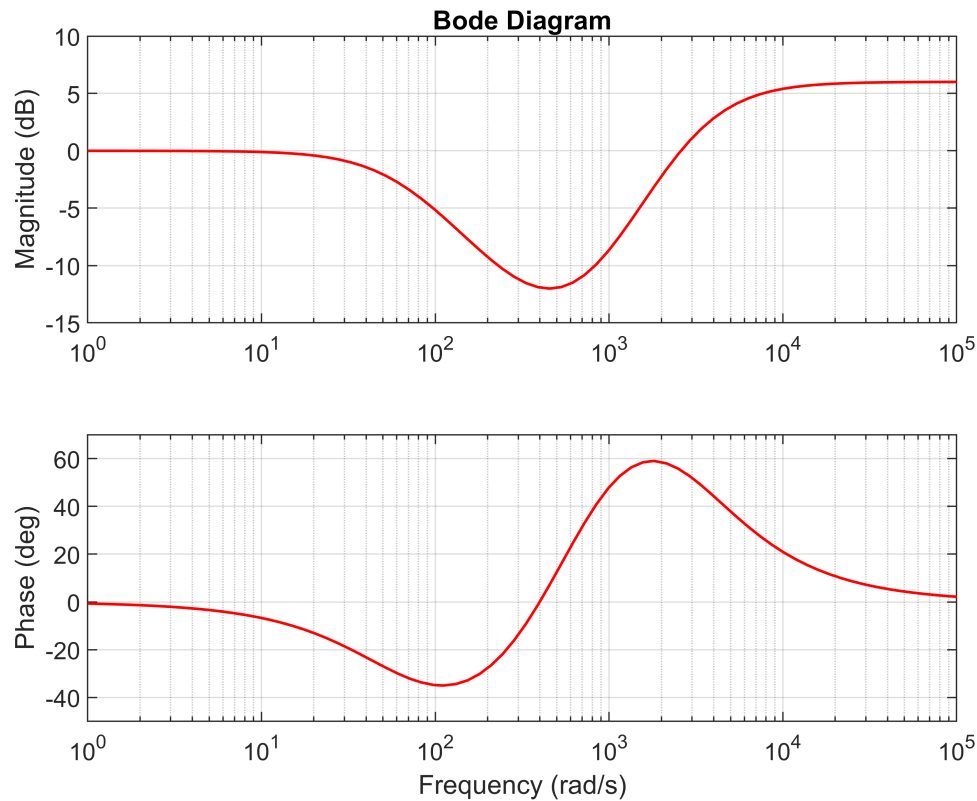


Tabla de datos

$$H(s) = \frac{\left(s\left(\frac{1}{2\pi 100}\right) + 1\right)^3}{\left(s\left(\frac{1}{2\pi 447}\right) + 1\right)^2 \left(s\left(\frac{1}{2\pi 10}\right) + 1\right)}$$

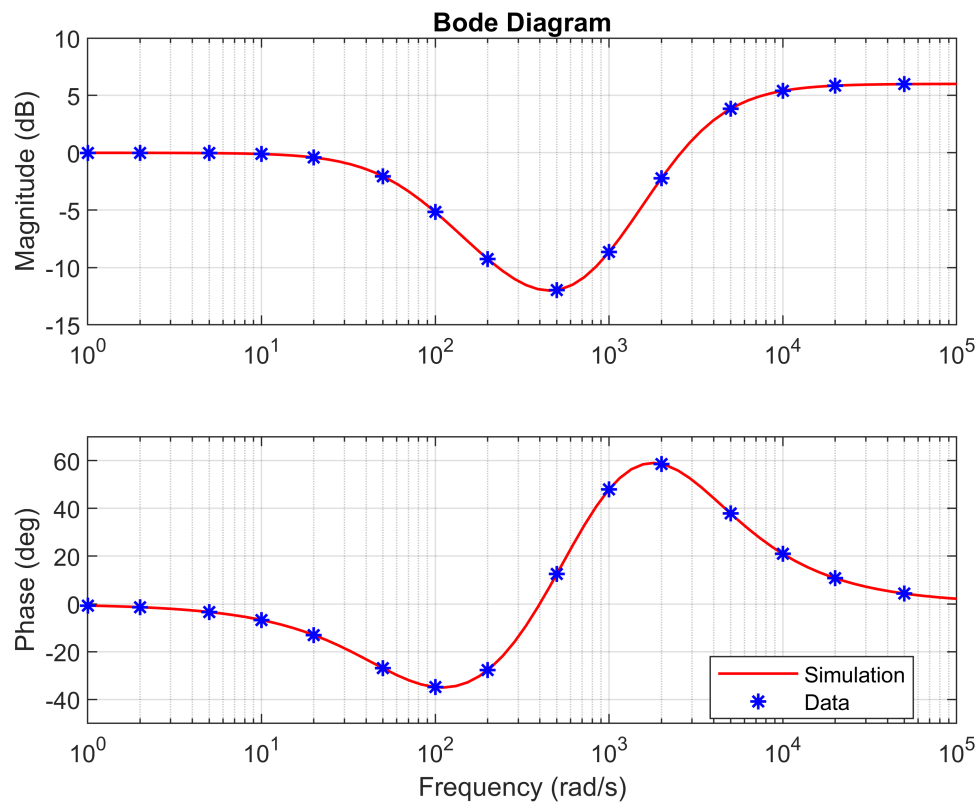
```
syms s
H(s) = ((1/(2*pi*100))*s + 1)^3/...
        (((1/(2*pi*447))*s + 1)^2*...
        ((1/(2*pi*10))*s + 1));
A = [1 2 5];
B = 10.^(0:4);
W = [];
for i = 1:length(B)
    W = [W A*B(i)];
end
H = double(subs(H(s), s, 1i*W));
Mag = abs(H);
MagdB = 20*log10(Mag);
Pha = angle(H)*(180/pi);

figure(2)
subplot(211)
semilogx(W, 20*log10(mag), 'r', 'LineWidth', 1)
hold on
semilogx(W, MagdB, 'b', 'LineWidth', 1)
```

```

title('Bode Diagram')
ylabel('Magnitude (dB)')
axis([1 1e5 -15 10])
grid on
subplot(212)
semilogx(w,pha,'r','LineWidth',1)
hold on
semilogx(W,Pha,'*b','LineWidth',1)
ylabel('Phase (deg)')
xlabel('Frequency (rad/s)')
legend('Simulation','Data','location','best')
axis([1 1e5 -50 70])
grid on

```



Simulación: Software libre

En la imagen de la figura 1, representa el circuito a simular hecho en el software de TINA TI de *National Instrument* que es completamente gratuito y se puede descargar siguiendo el enlace: <https://www.ti.com/tool/TINA-TI> y registrándose en la página.

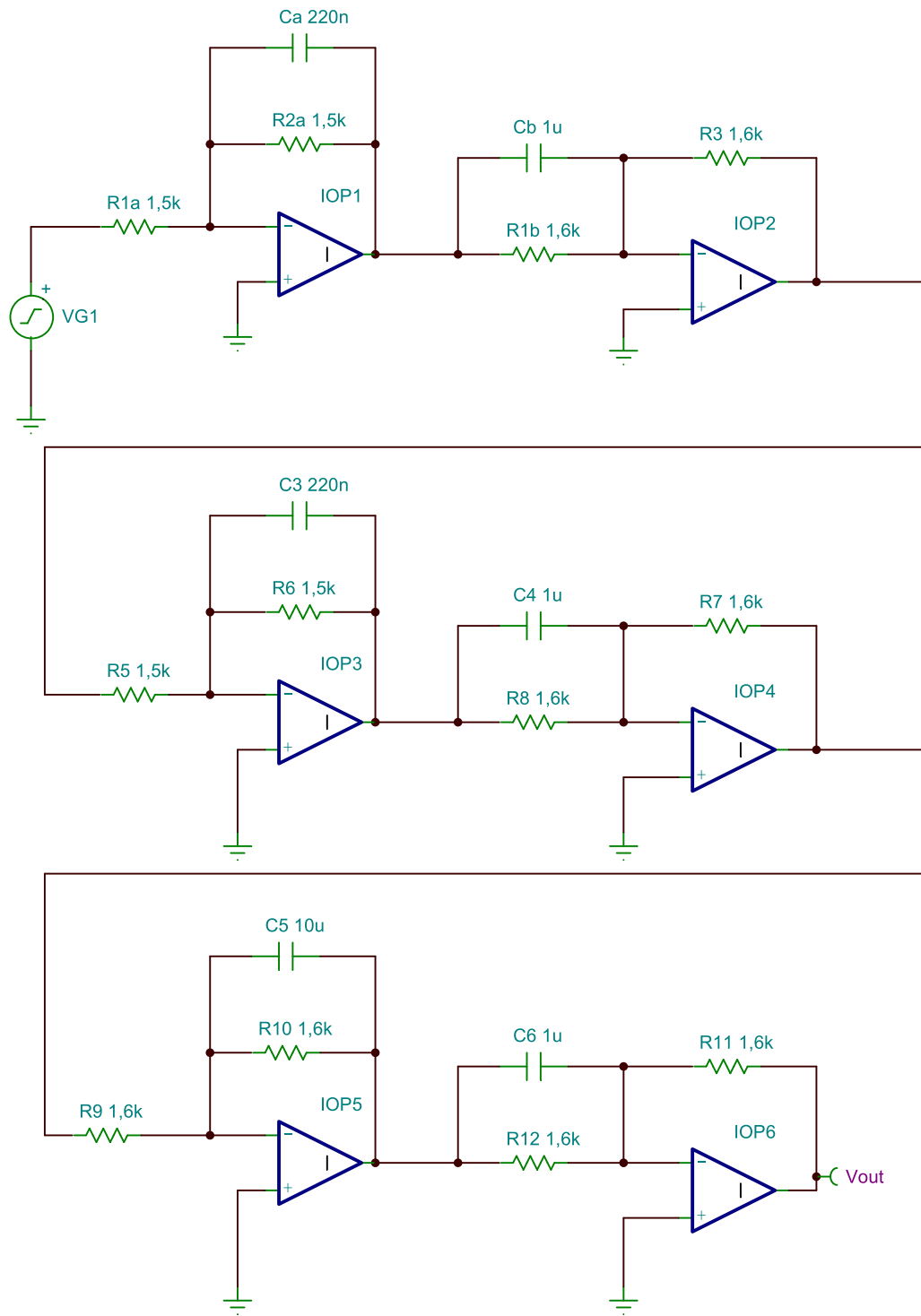


Figura 1: Circuito

Las señales obtenidas por el simulador se muestran en la figura 2, la única diferencia que se tiene con respecto a la simulación hecha en Matlab es en el eje x . Pues Matlab hace un barrido de frecuencia en (rad/seg), mientras que Tina TI lo hace en (Hz). Por tanto, el barrido se hace a partir de $f_i = \frac{1}{2\pi} \text{ Hz}$ hasta $f_f = \frac{100,000}{2\pi} \text{ Hz}$ dirigiéndose a *Analysis/AC Analysis/AC Transfer Characteristic*.

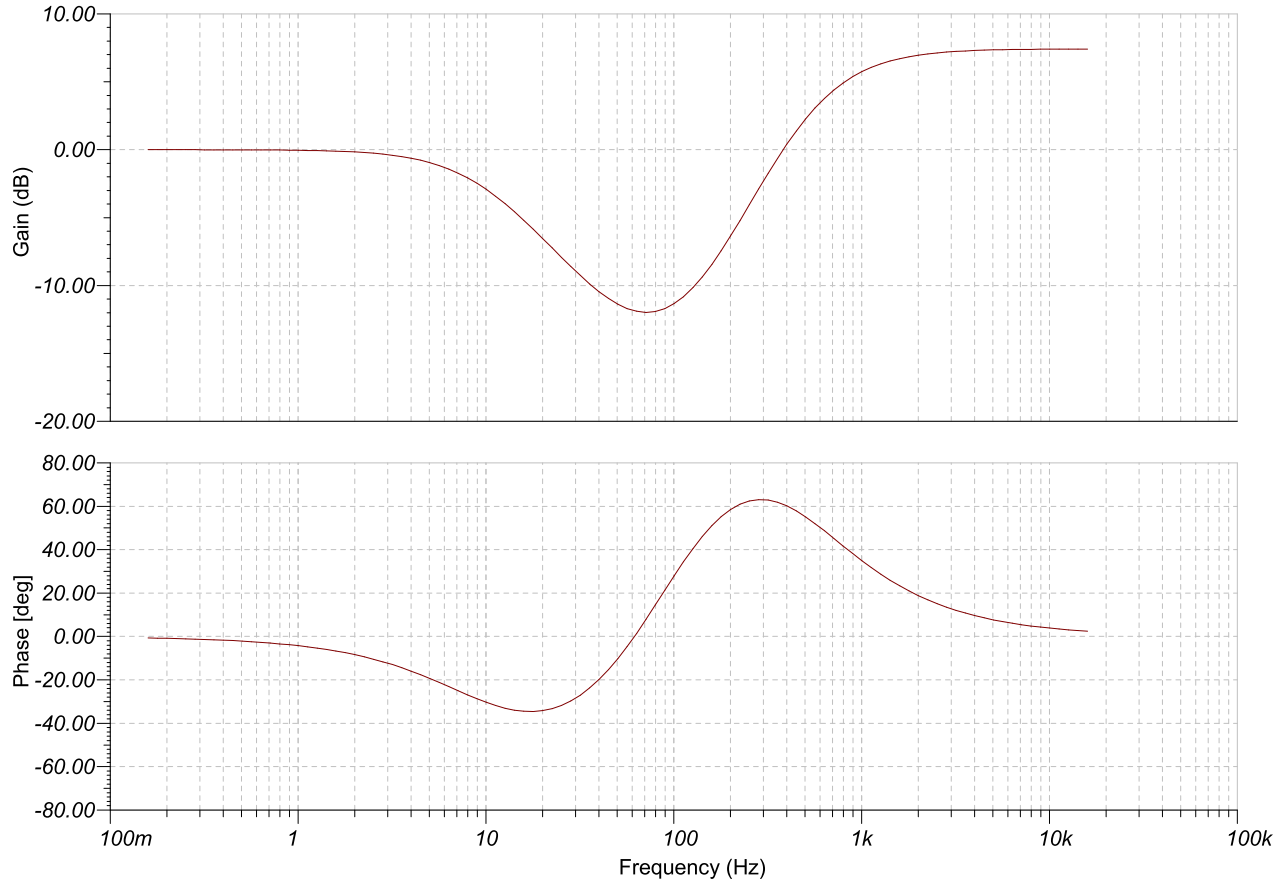


Figura 2: Graficas de magnitud y fase.

Para comparar los resultados de la simulación de Tina TI con la del código de Matlab. Primero se debe exportar los datos de la figura 2 a un formato de texto, dirigiéndose a *File/Export/As Text...* Segundo, se debe cambiar las comas (,) por puntos (.) en el archivo que se genere en formato *.txt* dirigiéndose a *Edición/Reemplazar*. Y por último, exportar los datos a Matlab y graficar los datos junto con el código de la siguiente forma.

```
clc
clear
close all

T = readtable('tcurve.txt');
f = T.x_Frequency;
w = 2*pi*f;
magdB = T.VF1_abs_dB_;
pha = T.VF1_phase_deg_;
```

```

H1 = [1/(2*pi*100) 1];
H2 = [1/(2*pi*447) 1];
H3 = [1/(2*pi*10) 1];

num = conv(conv(H1,H1),H1);
den = conv(conv(H2,H2),H3);

[Mag,Pha,W] = bode(num,den);

subplot(211)
semilogx(w,magdB,'r')
hold on
semilogx(W,20*log10(Mag),'--b')
ylabel('Magnitude (dB)','FontSize',10)
title('Simulation: Bode Diagram','FontSize',10)
grid minor
subplot(212)
semilogx(w,pha,'r')
hold on
semilogx(W,Pha,'--b')
grid on
legend('Tina TI','Simscape',...
        'location','southeast','FontSize',10);
xlabel('t (s)','FontSize',10)
ylabel('Phase (deg)','FontSize',10)
grid minor

```

Con esto, se obtiene la gráfica de la siguiente figura.

