Ejercicio ley de voltajes de Kirchhoff

Teniendo en cuenta que en el circuito de la figura 1 el interruptor se cierra en $t_0 = 0$, $v_A = 29$ kV $= 4\mathrm{v_E} = -\frac{29}{17}\mathrm{v_B}$. Obtenga los voltajes en los elementos, nodos y en el interruptor para $\forall t$.

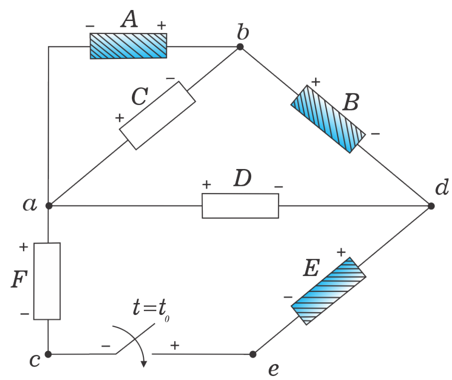

Figura 1: Circuito ley de voltaje de Kirchhoff.

1. Solución utilizando diagrama de potenciales

1.1 Identificar las variables suministradas en el enunciado:

$$v_A = 29 \text{ kV}$$

$$v_B = -17 \text{ kV}$$

$$v_E = \frac{29\text{k}}{4} = 7.25 \text{ kV}$$

1.2 Elegir un punto de referencia, por ejemplo, el nodo d. Ver Figura 2.

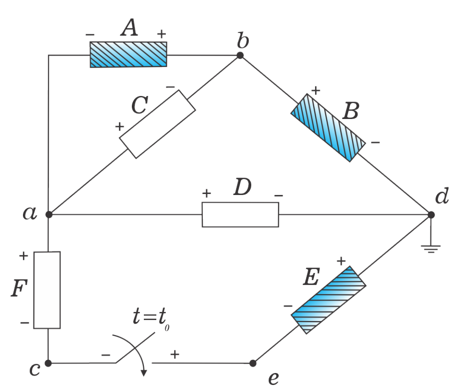

Figura 2: Circuito con nodo de referencia.

1.3 Se hallan los voltajes en los elementos, nodos y en el interruptor para $t < 0$. Los cuales se presentan a manera de niveles en la Figura 3.

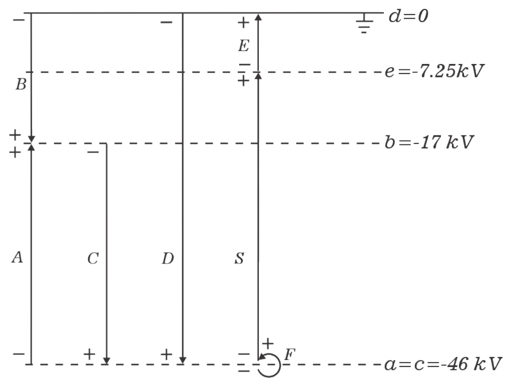

Figura 3: Diagrama de potenciales para $t < 0$.

En el elemento F no hay flujo de corriente, debido a que el interruptor esta abierto, lo que produce una diferencia de potencial igual a cero en F.

En forma de ecuación los voltajes de los elementos desconocidos son los que se muestran a continuación:

$$v_D = v_{ad} = v_a - v_d = -46 \text{ kV}$$

$$v_C = v_{ab} = v_a - v_b = -29 \text{ kV}$$

$$v_S = v_{ec} = v_e - v_c = 38.75 \text{ kV}$$

1.4 En la Figura 4, se hallan los voltajes en los elementos, nodos y en el interruptor para $t \geq 0$.

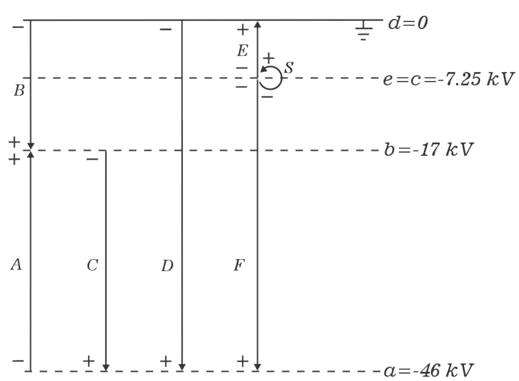

Figura 4: Diagrama de potenciales para $t \geq 0$.

En forma de ecuación los voltajes de los elementos desconocidos son los que se muestran a continuación:

$$v_F = v_{ac} = v_a - v_c = -38.75 \text{ kV}$$

Realizando el diagrama de potenciales se evidencia que para $\forall t$ el voltaje en los elementos D y C no cambia. El compendio de resultados se presentan en las Tablas 1 y 2.

Voltajes absolutos		
Nodo	$t < 0$	$t \geq 0$
v_a	-46 kV	-46 kV
v_b	-17 kV	-17 kV
v_c	-46 kV	-7.25 kV
v_d	0	0
v_e	-7.25 kV	-7.25 kV

Tabla 1

Voltajes relativos		
Elemento	$t < 0$	$t > 0$
A	29 kV	29 kV
B	-17 kV	-17 kV
C	-29 kV	-29 kV
D	-46 kV	-46 kV
E	7.25 kV	7.25 kV
F	0	-38.75 kV
S	38.75 kV	0

Tabla 2

2. Solución utilizando el método ascensor-escaleras

2.1 Se hallan los voltajes en los elementos y en el interruptor para $t < 0$.

El ascensor está ubicado en la variable desconocida, mientras las escaleras recorren un camino alterno al ascensor. Este camino alterno debe pasar por elementos con voltajes conocidos, como en el ejemplo analizado en las Figura 5, 6 y 7 para los elementos C, D y F respectivamente.

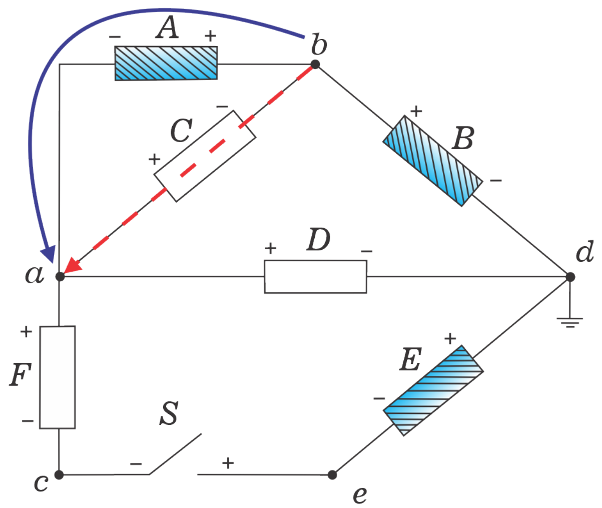

Figura 5: Ascensor-escalera en el elemento C.

$$+v_C = -v_A$$

$$v_C = -29 \text{ kV}$$

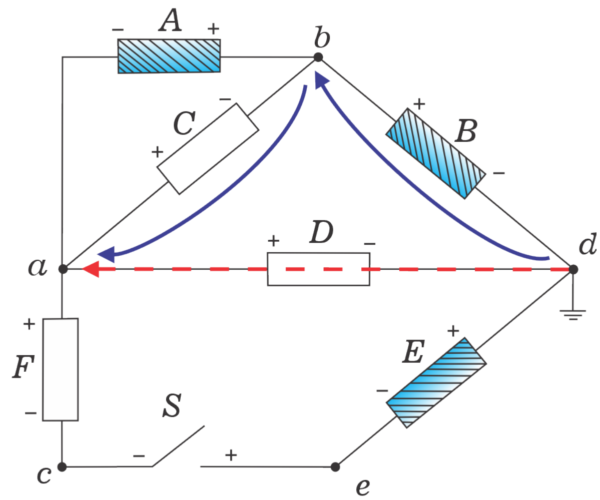

Figura 6: Ascensor-escalera en el elemento D.

$$+v_D = +v_B + v_C$$

$$+v_D = +(-17\text{ k}) + (-29\text{ k})$$

$$v_D = -46\text{ kV}$$

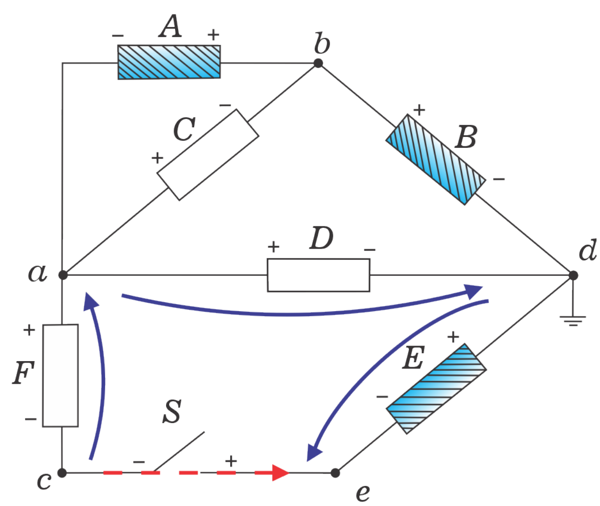

Figura 7: Ascensor-escalera en el interruptor.

$$+v_S = +v_F - v_D - v_E$$

En el elemento F no hay flujo de corriente, debido a que el interruptor esta abierto, lo que produce una diferencia de potencial igual a cero en F. Ver Figura 7.

$$+v_S = +0 - (-46\text{ k}) - (7.25\text{ k})$$

$$v_S = 38.75\text{ kV}$$

2.2 Se hallan los voltajes en los nodos para $t < 0$, con respecto al nodo d según se habia seleccionado como el nodo de referencia en el item anterior.

$$v_D = v_{ad} = v_a - v_d \rightarrow v_a = -46\ \mathrm{kV}$$

$$v_B = v_{bd} = v_b - v_d \rightarrow v_b = -17\ \mathrm{kV}$$

$$v_D = v_{cd} = v_c - v_d \rightarrow v_c = -46\ \mathrm{kV}$$

$$v_E = v_d - v_e \rightarrow v_e = -7.25\ \mathrm{kV}$$

2.3 Se hallan los voltajes en los elementos y en el interruptor para $t \geq 0$.

Utilizando el método ascensor-escaleras en los elementos C y D se evidencia que para $\forall t$ el voltaje en estos no cambia.

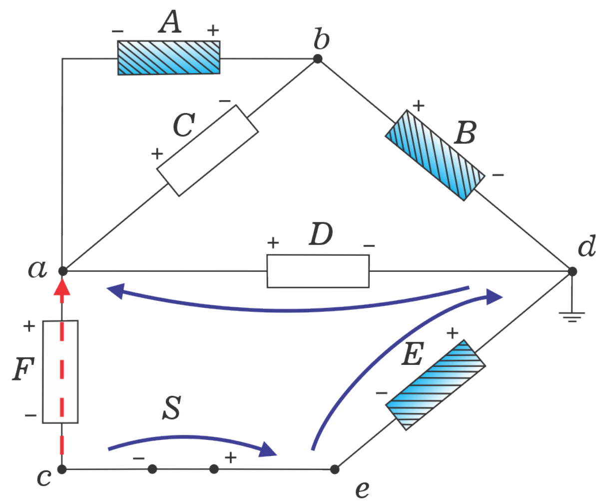

Figura 8: Ascensor-escalera en el elemento F.

$$+v_F = +v_S + v_E + v_D$$

Cuando el interruptor se cierra el potencial en los nodos c y e es el mismo, es decir, la diferencia de potencial en S es cero. Ver Figura 8.

$$+v_F = +0 + (7.25\ \mathrm{k}) + (-46\ \mathrm{k})$$

$$v_F = -38.75\ \mathrm{kV}$$

2.4 Se hallan los voltajes en los nodos para $t \geq 0$, con respecto al nodo d según se habia seleccionado como el nodo de referencia en el ítem anterior.

$$v_D = v_{ad} = v_a - v_d \rightarrow v_a = -46\ \mathrm{kV}$$

$$v_B = v_{bd} = v_b - v_d \rightarrow v_b = -17\ \mathrm{kV}$$

$$v_E = v_{dc} = v_d - v_c \rightarrow v_c = -7.25\ \mathrm{kV}$$

$$v_E = v_{de} = v_d - v_e \rightarrow v_e = -7.25\ \mathrm{kV}$$

Finalmente se obtienen los mismos resultados obtenidos en la solución 1.

Voltajes absolutos		
Nodo	$t<0$	$t>0$
v_a	-46 kV	-46 kV
v_b	-17 kV	-17 kV
v_c	-46 kV	-7.25 kV
v_d	0	0
v_e	-7.25 kV	-7.25 kV

Voltajes relativos		
Elemento	$t<0$	$t>0$
A	29 kV	29 kV
B	-17 kV	-17 kV
C	-29 kV	-29 kV
D	-46 kV	-46 kV
E	7.25 kV	7.25 kV
F	0	-38.75 kV
S	38.75 kV	0

3. Solución utilizando la ley de voltaje de Kirchhoff (LVK)

3.1 Se hallan los voltajes en los elementos y en el interruptor para $t<0$, ver Figura 9.

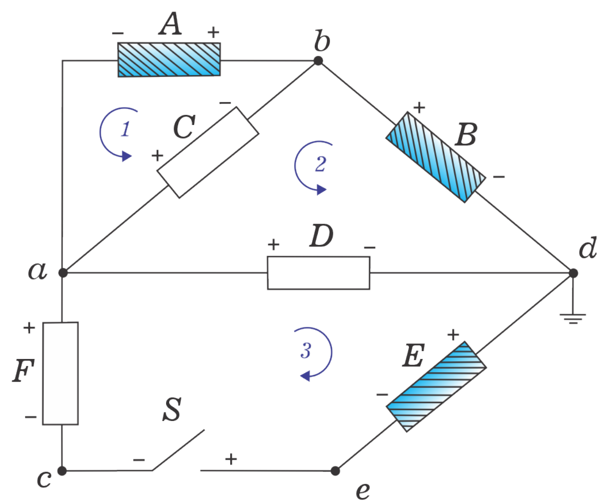

Figura 9: LVK para $t<0$.

La aplicación de la LVK alrededor del lazo 1 resulta:

$$+v_A + v_C = 0$$

$$v_C = -v_A$$

$$v_C = -29 \text{ kV}$$

Al aplicar la LVK al lazo 2 resulta:

$$-v_B - v_C + v_D = 0$$

$$v_D = v_B + v_C$$

$$v_D = -17\text{k} - 29\text{k}, \rightarrow v_D = -46 \text{ kV}$$

Ya que el interruptor esta abierto, en el elemento F no hay flujo de corriente lo que produce una diferencia de potencial igual a cero.

$$-v_F + v_D + v_E + v_s = 0$$

$$v_S = -v_D - v_E$$

$$v_S = -(-46\text{k}) - 7.25\text{k}, \rightarrow v_S = 38.75 \text{ kV}$$

3.2 Se hallan los voltajes en los nodos para $t < 0$, con respecto al nodo d según se habia seleccionado como el nodo de referencia en el item anterior.

$$v_D = v_{ad} = v_a - v_d \rightarrow v_a = -46 \text{ kV}$$

$$v_B = v_{bd} = v_b - v_d \rightarrow v_b = -17 \text{ kV}$$

$$v_D = v_{cd} = v_c - v_d \rightarrow v_c = -46 \text{ kV}$$

$$v_E = v_d - v_e \rightarrow v_e = -7.25 \text{ kV}$$

3.3 En la Figura 10, se hallan los voltajes en los elementos y en el interruptor para $t \geq 0$.

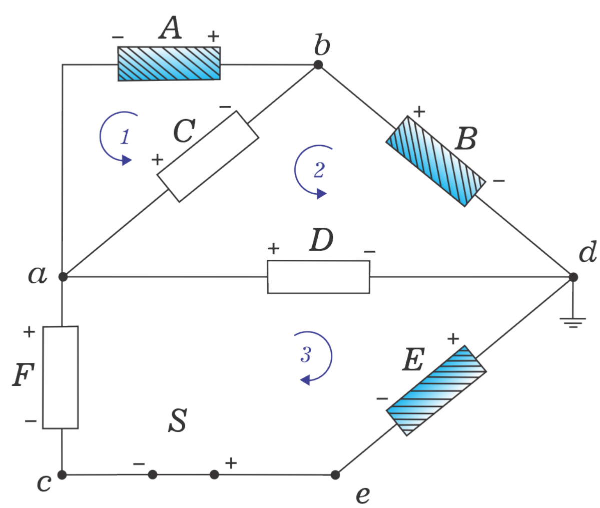

Figura 10: LVK para $t \geq 0$.

Al aplicar la LVK al lazo 3 resulta:

$$-v_F + v_D + v_E + v_s = 0$$

Cuando el interruptor se cierra el potencial en los nodos c y e es el mismo, es decir, la diferencia de potencial en S es cero.

$$v_F = v_D + v_E$$

$$v_F = (-46\text{k}) + 7.25\text{k}, \qquad v_S = -38.75 \text{ kV}$$

3.4 Se hallan los voltajes en los nodos para $t \geq 0$, con respecto al nodo d según se habia seleccionado como el nodo de referencia en el item 1.

$$v_D = v_{ad} = v_a - v_d \rightarrow v_a = -46 \text{ kV}$$

$$v_B = v_{bd} = v_b - v_d \rightarrow v_b = -17 \text{ kV}$$

$$v_E = v_{dc} = v_d - v_c \rightarrow v_c = -7.25 \text{ kV}$$

$$v_E = v_{de} = v_d - v_e \rightarrow v_e = -7.25 \text{ kV}$$