

Principio de superposición y linealidad.

Para el circuito mostrado en la Figura 1 determine lo siguiente:

1. Encuentre los valores de corriente y voltaje sobre las resistencias R2 y R5.
2. Utilice el método de superposición para hallar los valores de corriente y voltaje sobre las resistencias R2 y R5.
3. A partir del principio de linealidad compare los circuitos duplicando el valor de las fuentes independientes.

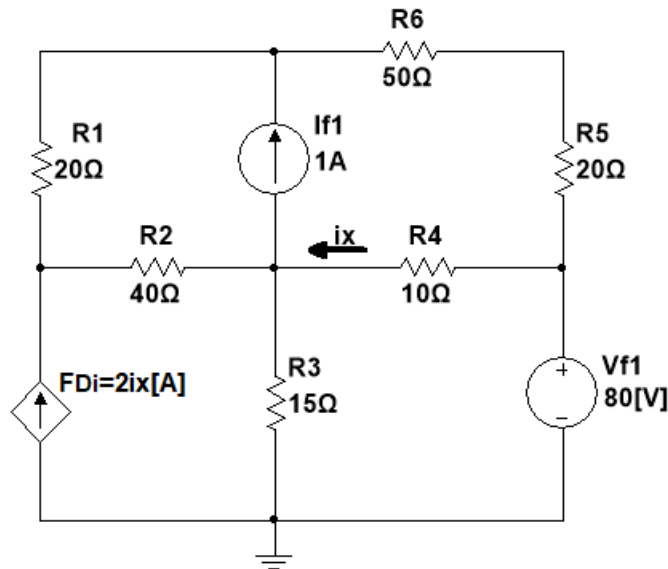


Figura 1

Solución.

Análisis circuito original.

- Encuentre los valores de corriente y voltaje sobre las resistencias R2 y R5.

A cada uno de los elementos le asignamos una polaridad correspondiente y asignamos nombres y dirección a cada una de las mallas dentro del circuito.

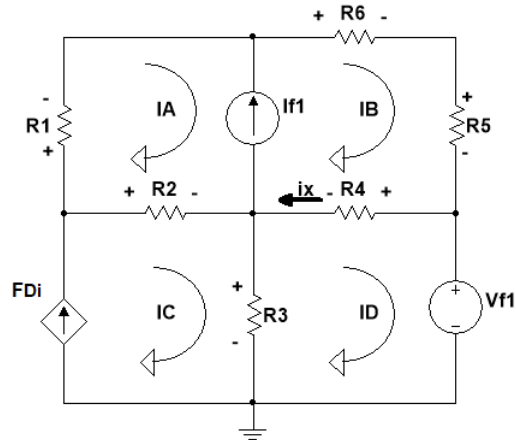


Figura 2

Reescribimos cada una de las variables presentes en el circuito las cuales se utilizarán en términos más generales dentro de la solución.

$$F_{Di} = 2I_x$$

$$F_{Di} = I_C$$

$$I_x = I_B - I_D$$

$$I_C = (2I_B - 2I_D) \quad (1)$$

$$F_i = 1$$

$$F_i = I_B - I_A$$

$$I_A = (I_B - 1) \quad (2)$$

Se utiliza la ley de tensiones de Kirchhoff para cada una de las mallas correspondiente.

LVK malla I_D $\sum V = 0$

$$V_{F1} - V_{R3} - V_{R4} = 0$$

$$V_{F1} = 80; V_{R3} = (I_C - I_D) R_3; V_{R4} = (I_B - I_D) R_4$$

$$80 - (I_C - I_D) R_3 - (I_B - I_D) R_4 = 0$$

$$I_B R_4 + I_C R_3 - I_D (R_3 + R_4) = 80$$

$$10I_B + 15(2I_B - 2I_D) - 25I_D = 80$$

$$40I_B - 55I_D = 80 \quad (3)$$

LVK malla super malla $\sum V = 0$

$$V_{R6} + V_{R5} + V_{R4} - V_{R2} + V_{R1} = 0$$

$$V_{R6} = I_B R_6; V_{R5} = I_B R_5; V_{R4} = (I_B - I_D) R_4; V_{R2} = (I_C - I_A) R_2; V_{R1} = I_A R_1$$

$$I_B R_6 + I_B R_5 + (I_B - I_D) R_4 - (I_C - I_A) R_2 + I_A R_1 = 0$$

$$I_A (R_1 + R_2) + I_B (R_4 + R_5 + R_6) - I_C (R_2) - I_D R_4 = 0$$

$$60 (I_B - 1) + 80 I_B - 40 (2 I_B - 2 I_D) - 10 I_D = 0$$

$$60 I_B + 70 I_D = 60 \quad (4)$$

Llegamos a un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas el cual consiste por las ecuaciones 3 y 4.

$$40 I_B - 55 I_D = 80$$

$$60 I_B + 70 I_D = 60$$

Generamos una matriz en la cual hallaremos los valores de corriente para I_B y I_D .

$$\begin{bmatrix} 40 & -55 \\ 60 & 70 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_B \\ I_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 80 \\ 60 \end{bmatrix}$$

$$I_B = 1460[mA]; I_D = -393[mA]$$

Para la malla I_A realizamos el reemplazo de la ecuación.

$$I_A = I_B - I_D$$

$$I_A = 1460 \times 10^{-3} - 1$$

$$I_A = 460[mA]$$

Para la malla I_C realizamos el reemplazo de la ecuación.

$$I_C = (2 I_B - 2 I_D)$$

$$I_C = 2 (1460 \times 10^{-3} - (-393 \times 10^{-3}))$$

$$I_C = 3.7[A]$$

Hallamos valore solicitados para las resistencias R_2 y R_5

Resistencia 2.

Con la ley de ohm hallamos el valor del voltaje y corriente de la resistencia R_2

$$V_{R2} = I_{R2}R_2 = (I_C - I_A) R_2$$

$$V_{R2} = (3.7 - 460 \times 10^{-3}) \cdot 40$$

$$V_{R2} = 129.6[V]; I_{R2} = 3.24[A]$$

Resistencia 5.

Con la ley de ohm hallamos el valor del voltaje y corriente de la resistencia R_5

$$V_{R5} = I_{R5}R_5 = I_B R_5$$

$$V_{R5} = 1460 \times 10^{-3} \cdot 20$$

$$V_{R5} = 29.2[V]; I_{R5} = 1.46[A]$$

- Utilice el método de superposición para hallar los valores de corriente y voltaje sobre las resistencias R_2 y R_5 .

Análisis por superposición sin fuente de corriente.

Para una fuente de corriente se debe dejar el circuito abierto respecto a los nodos de conexión de dicho elemento.

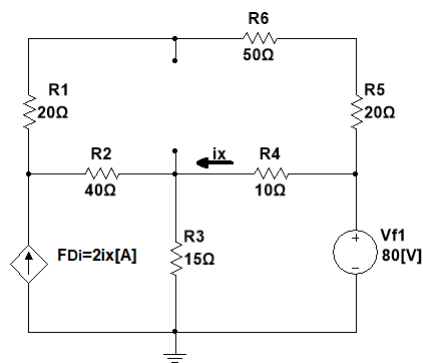


Figura 3

A cada uno de los elementos le asignamos una polaridad correspondiente y asignamos nombres y dirección a cada una de las mallas dentro del circuito.

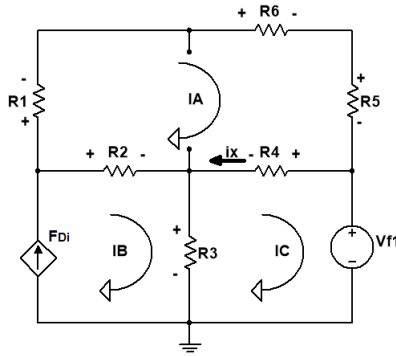


Figura 4

Reescribimos cada una de las variables presentes en el circuito las cuales se utilizarán en términos más generales dentro de la solución.

$$2I_x = I_B$$

$$I_x = I_A - I_C$$

$$I_B = 2(I_A - I_C) \quad (5)$$

Se utiliza la ley de tensiones de Kirchhoff para cada una de las mallas correspondiente.

LVK malla $I \sum V = 0$

$$V_{R1} + V_{R6} + V_{R5} + V_{R4} - V_{R2} = 0$$

$$V_{R1} = I_A R_1; V_{R6} = I_A R_6; V_{R5} = I_A R_5; V_{R4} = (I_A - I_C) R_4; V_{R2} = (I_B - I_A) R_2$$

$$I_A R_1 + I_A R_6 + I_A R_5 + (I_A - I_C) R_4 - (I_B - I_A) R_2 = 0$$

$$I_A (R_1 + R_2 + R_4 + R_5 + R_6) - I_B R_2 - I_C R_4 = 0$$

$$140I_A - (2I_A - 2I_C)40 - 10I_C = 0$$

$$60I_A + 70I_C = 0 \quad (6)$$

LVK malla $I \sum V = 0$

$$V_F - V_{R3} - V_{R4} = 0$$

$$V_F = 80; V_{R3} = (I_B - I_C) R_3; V_{R4} = (I_A - I_C) R_4$$

$$80 - (I_B - I_C) R_3 - (I_A - I_C) R_4 = 0$$

$$I_A R_4 + I_B R_3 - I_C (R_3 + R_4) = 80$$

$$10I_A + (2I_A - 2I_C)15 - 25I_C = 80$$

$$40I_A - 55I_C = 80 \quad (7)$$

Llegamos a un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas el cual consiste por las ecuaciones 6 y 7.

$$60I_A + 70I_C = 0$$

$$40I_A - 55I_C = 80$$

Generamos una matriz en la cual hallaremos los valores de corriente para I_A y I_C .

$$\begin{bmatrix} 60 & 70 \\ 40 & -55 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_A \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 80 \end{bmatrix}$$

$$I_A = 918[mA]; I_C = -787[mA]$$

Para la malla I_B realizamos el reemplazo de la ecuación.

$$I_B = 2(I_A - I_C)$$

$$I_B = 2(918 \times 10^{-3} - (-787 \times 10^{-3}))$$

$$I_B = 3.41[A]$$

Hallamos valore solicitados para las resistencias R_2 y R_5

Resistencia 2.

Con la ley de ohm hallamos el valor del voltaje y corriente de la resistencia R_2

$$V_{R2} = I_{R2} R_2 = (I_B - I_A) R_2$$

$$V_{R2} = (3.41 - 918 \times 10^{-3}) \cdot 40$$

$$V_{R2} = 99.68[V]; I_{R2} = 2.492[A]$$

Resistencia 5.

Con la ley de ohm hallamos el valor del voltaje y corriente de la resistencia R_5

$$V_{R5} = I_{R5} R_5 = I_A R_5$$

$$V_{R5} = 918 \times 10^{-3} \cdot 50$$

$$V_{R5} = 18.36[V]; I_{R5} = 918[mA]$$

Análisis por superposición sin fuente de voltaje.

Para una fuente de voltaje se debe reemplazar la fuente por un corto respecto a los nodos de conexión de dicho elemento.

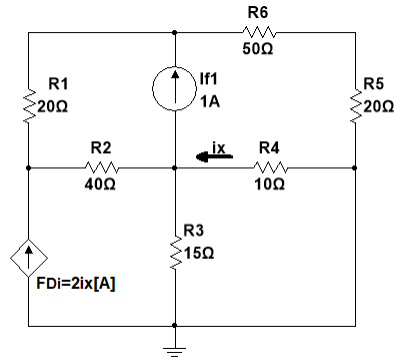


Figura 5

A cada uno de los elementos le asignamos una polaridad correspondiente y asignamos nombres y dirección a cada una de las mallas dentro del circuito.

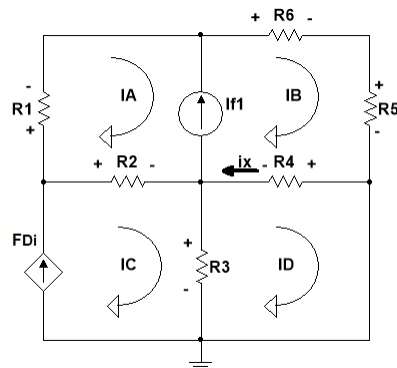


Figura 6

Reescribimos cada una de las variables presentes en el circuito las cuales se utilizarán en términos más generales dentro de la solución.

$$F_{Di} = 2I_x$$

$$F_{Di} = I_C$$

$$I_x = (I_B - I_D)$$

$$I_C = 2(I_B - I_D) \tag{8}$$

$$I_{Fi} = I_B - I_A$$

$$I_A = I_B - I_F \quad (9)$$

Se utiliza la ley de tensiones de Kirchoff para cada una de las mallas correspondiente.

LVK malla I_D $\sum V = 0$

$$-V_{R3} - V_{R4} = 0$$

$$V_{R3} = (I_C - I_D) R_3; V_{R4} = (I_B - I_D) R_4$$

$$(I_C - I_D) R_3 + (I_B - I_D) R_4 = 0$$

$$I_C R_3 + I_B R_4 - I_D (R_4 + R_3) = 0$$

$$(2I_B - 2I_D) 15 + 10I_B - 25I_D = 0$$

$$40I_B - 55I_D = 0 \quad (10)$$

LVK malla super malla $\sum V = 0$

$$V_{R1} + V_{R6} + V_{R5} + V_{R4} - V_{R2} = 0$$

$$V_{R1} = I_A R_1; V_{R6} = I_B R_6; V_{R5} = I_B R_5; V_{R4} = (I_B - I_D) R_4; V_{R2} = (I_C - I_A) R_2$$

$$I_A R_1 + I_B R_6 + I_B R_5 + (I_B - I_D) R_4 - (I_C - I_A) R_2 = 0$$

$$I_A (R_1 + R_2) + I_B (R_4 + R_5 + R_6) - I_C R_2 - I_D R_4 = 0$$

$$60 (I_B - I_F) + 80I_B - 40 (2I_B - 2I_D) - 10I_D = 0$$

$$60I_B + 70I_D = 60 \quad (11)$$

Llegamos a un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas el cual consiste por las ecuaciones 10 y 11.

$$40I_B - 55I_D = 0$$

$$60I_B + 70I_D = 60$$

Generamos una matriz en la cual hallaremos los valores de corriente para I_B y I_D .

$$\begin{bmatrix} 40 & -55 \\ 60 & 70 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_B \\ I_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 60 \end{bmatrix}$$

$$I_B = 540[mA]; I_D = 393[mA]$$

Para la malla I_A realizamos el reemplazo de la ecuación.

$$I_A = I_B - I_D$$

$$I_A = 540 \times 10^{-3} - 1$$

$$I_A = -460[mA]$$

Para la malla I_C realizamos el reemplazo de la ecuación.

$$I_C = 2(I_B - I_D)$$

$$I_C = 2(540 \times 10^{-3} - 393 \times 10^{-3})$$

$$I_C = 294[mA]$$

Hallamos valore solicitados para las resistencias R_2 y R_5

Resistencia 2.

Con la ley de ohm hallamos el valor del voltaje y corriente de la resistencia R_2

$$V_{R2} = I_{R2}R_2 = (I_C - I_A) R_2$$

$$V_{R2} = (294 \times 10^{-3} - (-460 \times 10^{-3})) \cdot 40$$

$$V_{R2} = 30.16[V]; I_{R2} = 754[mA]$$

Resistencia 5.

Con la ley de ohm hallamos el valor del voltaje y corriente de la resistencia R_5

$$V_{R5} = I_{R5}R_5 = I_B R_5$$

$$V_{R5} = 540 \times 10^{-3} \cdot 20$$

$$V_{R5} = 10.8[V]; I_{R5} = 540[mA]$$

Resultado total superposición

Para obtener una respuesta completa es necesario sumar los dos resultados entre el análisis simple sin fuentes de voltaje y corriente.

Análisis circuito original.

$$V_{R2} = 129.6[V]; I_{R2} = 3.24[A]$$

$$V_{R5} = 29.2[V]; I_{R5} = 1.46[A]$$

Análisis por superposición sin fuente de corriente.

$$V_{R2} = 99.68[V]; I_{R2} = 2.492[A]$$

$$V_{R5} = 18.36[V]; I_{R5} = 918[mA]$$

Análisis por superposición sin fuente de voltaje.

$$V_{R2} = 30.16[V]; I_{R2} = 754[mA]$$

$$V_{R5} = 10.8[V]; I_{R5} = 540[mA]$$

Sumamos los resultados para cada resistencia:

Resistencia 2.

Diferencia de potencial para R_2

$$V_{TR2} = V_{R2}(\text{Sin Fuente de corriente}) + V_{R2}(\text{Sin Fuente de voltaje})$$

$$V_{TR2} = 99.68 + 30.16$$

$$V_{TR2} = 129.84[V]$$

$$I_{TR2} = I_{R2}(\text{Sin Fuente de corriente}) + I_{R2}(\text{Sin Fuente de voltaje})$$

$$I_{TR2} = 2.492 + 0.754$$

$$I_{TR2} = 3.24[A]$$

Resistencia 5.

Diferencia de potencial para R_5

$$V_{TR5} = V_{R5}(\text{Sin Fuente de corriente}) + V_{R5}(\text{Sin Fuente de voltaje})$$

$$V_{TR5} = 18.36 + 10.8$$

$$V_{TR5} = 29.16[V]$$

$$I_{TR5} = I_{R5}(\text{Sin Fuente de corriente}) + I_{R5}(\text{Sin Fuente de voltaje})$$

$$I_{TR5} = 0.918 + 0.540$$

$$I_{TR5} = 1.45[A]$$

Análisis de resultados entre el circuito original, con respecto a los valores obtenidos al principio de superposición.

Análisis	Original		Superposición	
	Voltaje [V]	Corriente [A]	Voltaje [V]	Corriente [A]
R2	129.6	3.24	129.84	3.24
R5	29.2	1.46	29.16	1.45

Tabla 1

Linealidad

A partir del principio de linealidad compare los circuitos duplicando el valor de las fuentes independientes.

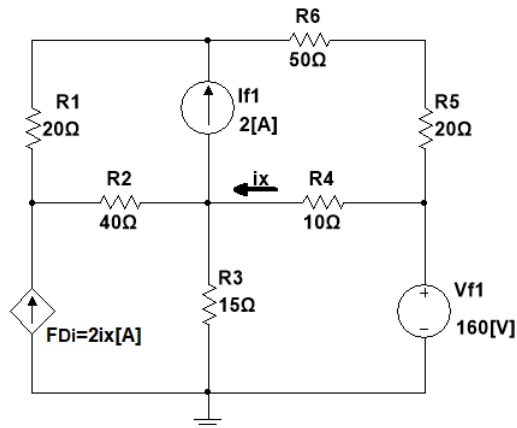


Figura 7

Reescribimos cada una de las variables presentes en el circuito las cuales se utilizarán en términos más generales dentro de la solución.

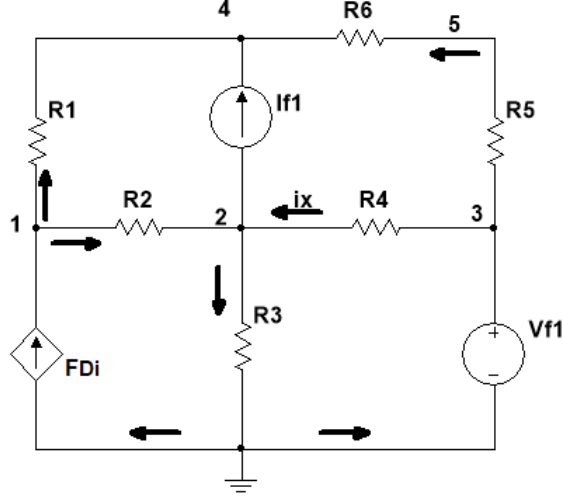


Figura 8

$$F_{Di} = 2I_x$$

$$I_x = \frac{V_3 - V_2}{R_4}$$

$$F_{Di} = 2 \left(\frac{V_3 - V_2}{R_4} \right) \quad (12)$$

LCK nodo 1 $\sum i = 0$

$$I_{FDi} - I_{R1} - I_{R2} = 0$$

$$I_{FDi} = 2ix; I_{R1} = \frac{V_1 - V_4}{R_1}; I_{R2} = \frac{V_1 - V_2}{R_2}$$

$$2 \left(\frac{V_3 - V_2}{R_4} \right) - \left(\frac{V_1 - V_4}{R_1} \right) - \left(\frac{V_1 - V_2}{R_2} \right) = 0$$

$$-\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) V_1 - \left(\frac{2}{R_4} - \frac{1}{R_2} \right) V_2 + \frac{2}{R_4} V_3 + \frac{1}{R_1} V_4 = 0$$

$$-\frac{3}{40} V_1 - \frac{7}{40} V_2 + \left(\frac{2}{10} \right) \cdot 160 + \frac{1}{20} V_4 = 0$$

$$\frac{3}{40} V_1 + \frac{7}{40} V_2 - \frac{1}{20} V_4 = 32 \quad (13)$$

LCK nodo $2\sum i = 0$

$$\begin{aligned}
I_{R4} + I_{R2} - I_F - I_{R3} &= 0 \\
I_{R4} = \frac{V_3 - V_2}{R_4}; I_{R2} = \frac{V_1 - V_2}{R_2}; I_F = 2; I_{R3} = \frac{V_2}{R_3} \\
\frac{V_3 - V_2}{R_4} + \left(\frac{V_1 - V_2}{R_2}\right) - 2 - \left(\frac{V_2}{R_3}\right) &= 0 \\
\frac{1}{R_2}V_1 - \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)V_2 + \frac{1}{R_4}V_3 &= 2 \\
\frac{1}{40}V_1 - \frac{23}{120}V_2 + \frac{1}{10}V_3 &= 2 \\
\frac{1}{40}V_1 - \frac{23}{120}V_2 &= -14
\end{aligned} \tag{14}$$

LCK nodo $4\sum i = 0$

$$\begin{aligned}
I_{R1} + i_F - I_{R6} &= 0 \\
I_{R1} = \frac{V_1 - V_4}{R_1}; I_F = 2; I_{R6} = \frac{V_4 - V_5}{R_6} \\
\frac{V_1 - V_4}{R_1} + 2 - \left(\frac{V_4 - V_5}{R_6}\right) &= 0 \\
\frac{1}{R_1}V_1 - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_6}\right)V_4 + \frac{1}{R_6}V_5 &= -2 \\
\frac{1}{20}V_1 - \frac{7}{100}V_4 + \frac{1}{50}V_5 &= -2
\end{aligned} \tag{15}$$

LCK nodo $5\sum i = 0$

$$\begin{aligned}
I_{R6} - I_{R5} &= 0 \\
I_{R6} = \frac{V_4 - V_5}{R_6}; I_{R5} = \frac{V_5 - V_3}{R_5} \\
\frac{V_4 - V_5}{R_6} - \left(\frac{V_5 - V_3}{R_5}\right) &= 0 \\
\frac{1}{R_5}V_3 + \frac{1}{R_6}V_4 - \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}\right)V_5 &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{20}160 + \frac{1}{50}V_4 - \frac{7}{100}V_5 &= 0 \\ \frac{1}{50}V_4 - \frac{7}{100}V_5 &= -8\end{aligned}\tag{16}$$

Llegamos a un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas el cual consiste por las ecuaciones 13, 14 15 y 16.

$$\frac{3}{40}V_1 + \frac{7}{40}V_2 - \frac{1}{20}V_4 = 32$$

$$\frac{1}{40}V_1 - \frac{23}{120}V_2 = -14$$

$$\frac{1}{20}V_1 - \frac{7}{100}V_4 + \frac{1}{50}V_5 = -2$$

$$\frac{1}{50}V_4 - \frac{7}{100}V_5 = -8$$

Generamos una matriz en la cual hallaremos los valores de voltaje para V_1, V_2, V_4 y V_5 .

$$\begin{bmatrix} \frac{3}{40} & \frac{7}{40} & -\frac{1}{20} & 0 \\ \frac{1}{40} & -\frac{23}{120} & 0 & 0 \\ \frac{1}{20} & 0 & -\frac{7}{100} & \frac{1}{50} \\ 0 & 0 & \frac{1}{50} & -\frac{7}{100} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 32 \\ -14 \\ -2 \\ -8 \end{bmatrix}$$

$$V_1 = 382.623[V]; V_2 = 122.951[V]; V_4 = 364.262[V]; V_5 = 218.361[V]$$

Para comparar los valores obtenidos con algún dato conocidos anterior mente vamos a hallar los valores de voltaje y corriente para

Resistencia 2.

Diferencia de potencial para R_2

$$V_{R2} = V_1 - V_2$$

$$V_{R2} = 382.623 - 122.951$$

$$V_{R2} = 259.672[V]$$

Con la ley de ohm hallamos el valor de la corriente de la resistencia R_2

$$I_{R2} = \frac{V_{R2}}{R_2}$$

$$I_{R2} = \frac{259.672}{6.49}$$

$$I_{R2} = 6.49[A]$$

Resistencia 5.

Diferencia de potencial para R_5

$$V_{R5} = V_5 - V_3$$

$$V_{R5} = 218.361 - 160$$

$$V_{R5} = 58.261$$

Con la ley de ohm hallamos el valor de la corriente de la resistencia R_5

$$I_{R5} = \frac{V_{R5}}{R_5}$$

$$I_{R5} = \frac{58.261}{20}$$

$$I_{R5} = 2.91[A]$$

Análisis	Linealidad	
Resistencia	Voltaje [V]	Corriente [A]
R2	259.672	6.49
R5	58.261	2.91

Tabla 2

Si deseamos comparar los resultados entre un circuito lineal solo resta dividir el resultado de cada variable respecto a la cantidad que se aumentó proporcionalmente los valores de las fuentes de los circuitos.

Análisis	Original		Linealidad		Comparación	
Resistencia	Voltaje [V]	Corriente [A]	Voltaje [V]	Corriente [A]	Voltaje [V]	Corriente [A]
R2	129.6	3.24	259.6	6.49	129.8	3.24
R5	29.2	1.46	58.26	2.91	29.13	1.45

Tabla 3