# Variables eléctricas

El siguiente ejercicio consiste en hallar las expresiones matemáticas de cada uno de los tramos de la Figura 1, seguidamente determine los modelos matemáticos de la corriente y demás variables eléctricas en los intervalos de tiempo definidos.

## Carga eléctrica:

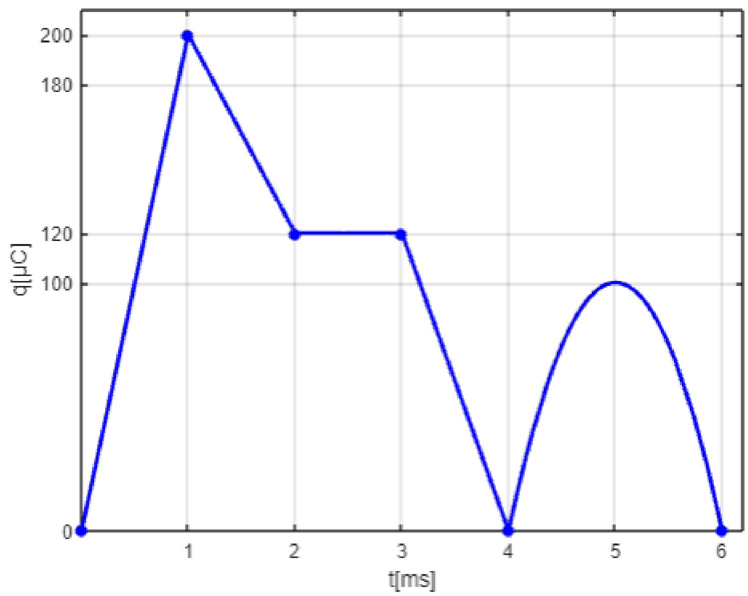


Figura 1: Gráfica de carga eléctrica

Hallar expresiones matemáticas:

### Intervalo 1.

$$0 \leq t \leq 1\,[ms]$$

Hallar la pendiente y punto de corte con las siguientes fórmulas.

$$m \quad = \tfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad m = \frac{q(t_2) - q(t_1)}{t_2 - t_1}$$

Y

$$y_{(x)} = mx + b \quad ó \quad q_{(t)} = mt + b$$

Determina la pendiente.

$$m = \frac{q(t_2) - q(t_1)}{t_2 - t_1}$$

$$m = \frac{q_{(1ms)} - q_{(0ms)}}{1[ms] - 0[ms]}$$

$$m = \frac{200[\mu C] - 0[\mu C]}{1[ms] - 0[ms]}$$

$$m = \frac{200[\mu C]}{[ms]}$$

Hallamos el termino independiente

$$q_{(t)} = mt + b$$

$$q_{(1ms)} = \frac{200[\mu C]}{[ms]} \cdot 1[ms] + b = 200[\mu C]$$

$$200[\mu C] + b = 200[\mu C]$$

$$b = 0$$

Así para el intervalo uno la ecuación es igual a:

$$q_{(t)} = 200t\,[\mu C]$$

t expresado en [ms]

## Intervalo 2.

$$1 \leq t \leq 2\,[ms]$$

Determina la pendiente

$$m = \frac{q(t_2) - q(t_1)}{t_2 - t_1}$$

$$m = \frac{q_{(2ms)} - q_{(1ms)}}{2[ms] - 1[ms]}$$

$$m = \frac{120[\mu C] - 200[\mu C]}{2[ms] - 1[ms]}$$

$$m = \frac{-80[\mu C]}{[ms]}$$

Hallamos el termino independiente.

$$q_{(t)} = mt + b$$

$$q_{(2ms)} = \frac{-80[\mu C]}{[ms]} \cdot 2[ms] + b = 120[\mu C]$$

$$-160[\mu C] + b = 120[\mu C]$$

$$b = 280\,[\mu C]$$

Así para el intervalo dos la ecuación es igual a:

$$q_{(t)} = -80t + 280\,[\mu C]$$

t expresado en [ms]

## Intervalo 3.

$$2 \leq t \leq 3\,[ms]$$

$q_{(t)}$ tiene un valor constante por lo cual

$$q_{(t)} = 120\,[\mu C]$$

t expresado en [ms]

## Intervalo 4.

$$3 \leq t \leq 4\,[ms]$$

Determina la pendiente.

$$m = \frac{q(t_2) - q(t_1)}{t_2 - t_1}$$

$$m = \frac{q_{(4ms)} - q_{(3ms)}}{4[ms] - 3[ms]}$$

$$m = \frac{0[\mu C] - 120[\mu C]}{4[ms] - 3[ms]}$$

$$m = \frac{-120[\mu C]}{1[ms]}$$

Hallamos el termino independiente.

$$q_{(t)} = mt + b$$

$$q_{(4ms)} = \frac{-120[\mu C]}{[ms]} \cdot 4[ms] + b = 0$$

$$-480[\mu C] + b = 0$$

$$b = 480\,[\mu C]$$

Así para el intervalo uno la ecuación es igual a:

$$q_{(t)} = -120t + 480\,[\mu C]$$

t expresado en [ms]

## Intervalo 5.

$$4 \leq t \leq 6\,[ms]$$

La siguiente función se conoce como una parábola por ende la formulas a aplicar serán:

$$f_{(x)} = y = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

Para hallar sur vértices

$$x_v = \frac{-b}{2a}$$

$$y_v = a(x)^2 + b(x) + c$$

Determina los putnos $X_1$y$X_2$ en este caso $t_1$ y $t_2$.

$$f_{(x)} = q_{(t)} = a(x - 4[ms]) \cdot (x - 6[ms])$$

Escogemos un punto en el tiempo para dicha parábola el cual será cuando su valor llegue a $100[\mu C]$, para despejar el valor de a en la ecuación.

$$100[\mu C] = a((5 - 4) \cdot (5 - 6))[ms]$$

$$100[\mu C] = a((1) \cdot (-1))[ms]$$

$$100[\mu C] = a(-1[ms])$$

$$a = \frac{-100[\mu C]}{1[ms]}$$

Remplazamos a en la ecuación

$$q_{(t)} = \frac{-100[\mu C]}{1[ms]}(x - 4[ms]) \cdot (x - 6[ms])$$

Factorizamos

$$q_{(t)} = \frac{-100[\mu C]}{1[ms]}(x^2 - 6[ms]x - 4[ms]x + 24[ms])$$

$$q_{(t)} = (-100x^2 + 1000x - 2400)[\mu C]$$

Así para el intervalo cinco la ecuación es igual a.

$$q_{(t)} = (-100t^2 + 1000t - 2400)\,[\mu C]$$

**Obtenemos todas las expresiones matemáticas.**

$$q(t) = \begin{cases} 200t\,[\mu C] & 0 \leq t \leq 1[ms] \\ -80t + 280\,[\mu C] & 1 \leq t \leq 2[ms] \\ 120\,[\mu C] & 2 \leq t \leq 3[ms] \\ -120t + 480\,[\mu C] & 3 \leq t \leq 4[ms] \\ -100t^2 + 1000t - 2400[\mu C] & 4 \leq t \leq 6[ms] \end{cases}$$

# Corriente eléctrica:

Determinar la corriente a partir de:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

## Intervalo 1.

$$0 \leq t \leq 1\,[ms]$$

$$q_{1(t)} = 200t[\mu C]$$

$$i(t) = \frac{d(200t[\mu C])}{dt}$$

$$i(t) = \frac{200[\mu C]}{[ms]}$$

Así para el intervalo uno la ecuación es igual a:

$$i(t) = 200[mA]$$

t expresado en [ms]

### Intervalo 2.

$$1 \leq t \leq 2\,[ms]$$

$$q_{2(t)} = -80t + 280[\mu C]$$

$$i(t) = \frac{d(-80t + 280[\mu C])}{dt}$$

$$i(t) = \frac{-80[\mu C]}{[ms]}$$

Así para el intervalo dos la ecuación es igual a:

$$i(t) = -80[mA]$$

t expresado en [ms]

### Intervalo 3.

$$2 \leq t \leq 3\,[ms]$$

$$q_{3(t)} = 120[\mu C]$$

$$i(t) = \frac{d(120[\mu C])}{dt}$$

$$i(t) = \frac{0}{[ms]}$$

Así para el intervalo tres la ecuación es igual a:

$$i(t) = 0$$

t expresado en [ms]

### Intervalo 4.

$$3 \leq t \leq 4\,[ms]$$

$$q_{4(t)} = -120t + 480[\mu C]$$

$$i(t) = \frac{d(-120t + 480\,[\mu C])}{dt}$$

$$i(t) = \frac{-120[\mu C]}{[ms]}$$

Así para el intervalo cuatro la ecuación es igual a:

$$i(t) = -120[mA]$$

t expresado en [ms]

## Intervalo 5.

$$4 \leq t \leq 6\,[ms]$$

$$q_{5(t)} = -100t^2 + 1000t - 2400[\mu C]$$

$$i(t) = \frac{d(-100t^2 + 1000t - 2400[\mu C])}{dt}$$

$$i(t) = \frac{(-200t + 1000)\,[\mu C]}{[ms]}$$

Así para el intervalo cinco la ecuación es igual a:

$$i(t) = (-200t + 1000)\,[mA]$$

t expresado en [ms]

**Obtenemos todas las expresiones matemáticas.**

$$i(t) = \begin{cases} 200\,[mA] & 0 \leq t \leq 1[ms] \\ -80\,[mA] & 1 \leq t \leq 2[ms] \\ 0 & 2 \leq t \leq 3[ms] \\ -120\,[mA] & 3 \leq t \leq 4[ms] \\ -200t + 1000\,[mA] & 4 \leq t \leq 6[ms] \end{cases}$$

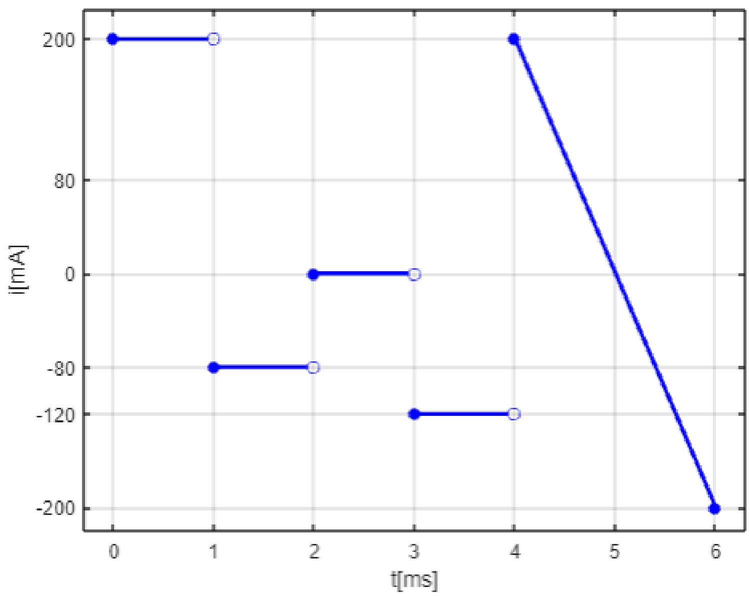


Figura 2: Gráfica de corriente eléctrica

## Voltaje:

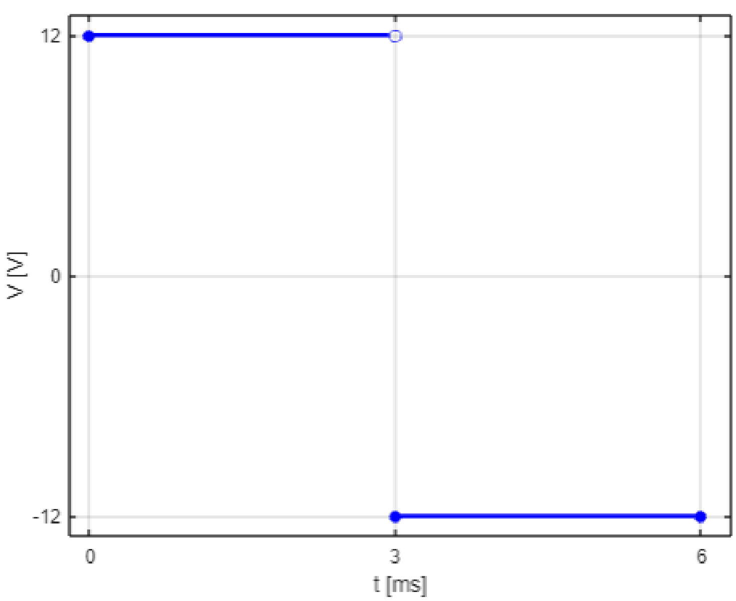


Figura 3: Gráfica de voltaje

Hallar expresiones matemáticas.

### Intervalo 1.

$$0 \leq t \leq 3[ms]$$

$$v(t) = 12[V]$$

t expresado en [ms]

### Intervalo 2.

$$3 \leq t \leq 6[ms]$$

$$v(t) = -12[V]$$

t expresado en [ms]

**Obtenemos todas las expresiones matemáticas.**

$$v(t) = \begin{cases} 12\,[V] & 0 \leq t \leq 3[ms] \\ -12\,[V] & 3 \leq t \leq 6[ms] \end{cases}$$

## Potencia eléctrica:

Se hallará la potencia a partir de:

$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$

$$p(t) = \begin{cases} v_1(t) \cdot i_1(t) & 0 \leq t \leq 1[ms] \\ v_1(t) \cdot i_2(t) & 1 \leq t \leq 2[ms] \\ v_1(t) \cdot i_3(t) & 2 \leq t \leq 3[ms] \\ v_2(t) \cdot i_4(t) & 3 \leq t \leq 4[ms] \\ v_2(t) \cdot i_5(t) & 4 \leq t \leq 6[ms] \end{cases}$$

### Intervalo 1.

$$0 \leq t \leq 1[ms]$$

$$v(t) = 12[V]$$

$$i(t) = 200[mA]$$

$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$

$$p(t) = 12[V] \cdot \times * 200[mA]$$

Así para el intervalo uno la ecuación es igual a:

$$p(t) = 2.4[W]$$

t expresado en [ms]

## Intervalo 2.

$$1 \leq t \leq 2[ms]$$

$$v(t) = 12[V]$$

$$i(t) = -80[mA]$$

$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$

$$p(t) = 12[V] \cdot -80[mA]$$

Así para el intervalo dos la ecuación es igual a:

$$p(t) = -0.95[W]$$

t expresado en [ms]

## Intervalo 3.

$$2 \leq t \leq 3[ms]$$

$$v(t) = 12[V]$$

$$i(t) = 0$$

$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$

$$p(t) = 12[V] \cdot 0$$

Así para el intervalo tres la ecuación es igual a:

$$p(t) = 0$$

t expresado en [ms]

### Intervalo 4.

$$3 \leq t \leq 4[ms]$$

$$v(t) = -12[V]$$

$$i(t) = -120[mA]$$

$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$

$$p(t) = (-12[V]) \cdot (-120[mA])$$

Así para el intervalo cuatro la ecuación es igual a:

$$p(t) = 1.44[W]$$

t expresado en [ms]

### Intervalo 5.

$$4 \leq t \leq 6[ms]$$

$$v(t) = -12[V]$$

$$i(t) = -200t + 1000[mA]$$

$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$

$$p(t) = -12[V] \cdot (-200t + 1000[mA])$$

Así para el intervalo cinco la ecuación es igual a:

$$p(t) = 2.4t - 12[W]$$

t expresado en [ms]

**Obtenemos todas las expresiones matemáticas.**

$$p(t) = \begin{cases} 2.4[W] & 0 \leq t \leq 1[ms] \\ -0.95[W] & 1 \leq t \leq 2[ms] \\ 0 & 2 \leq t \leq 3[ms] \\ 1.44[W] & 3 \leq t \leq 4[ms] \\ 2.4t - 12[W] & 4 \leq t \leq 6[ms] \end{cases}$$

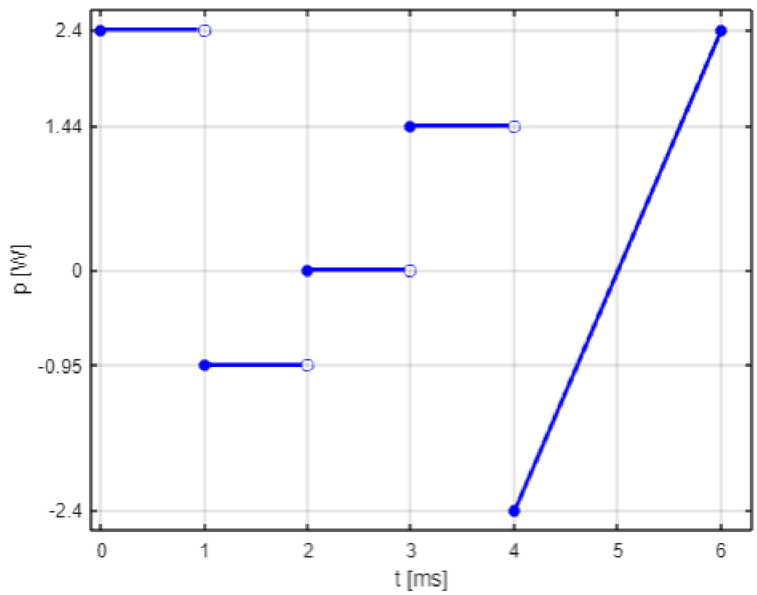


Figura 4: Gráfica de potencia eléctrica

# Energía eléctrica:

Sabemos que la energía es igual a:

$$E(t) = \int_{t_1}^{t_2} P(t) \cdot dt + E(t_0)$$

Por lo cual para los siguientes intervalos.

## Intervalo 1.

$$0 \leq t \leq 1[ms]$$

$$p(t) = 2.4[W]$$

$$E(t) = \int_{t_0}^{t} P(t) \cdot dt + E(t_0)$$

Así:

$$E(t) = \int_{0[ms]}^{t} 2.4[W]dt + 0$$

$$E(t) = [2.4t[W]]_{0[ms]}^{t}$$

$$E(t) = ((2.4[W] \cdot t[ms]) - (2.4[W] \cdot 0[ms]))$$

Así para el intervalo uno la ecuación es igual a:

$$E(t) = 2.4t\,[mJ]$$

t expresado en [ms]

**Hallamos condición inicial para el siguiente tramo.**

$$E(t) = 2.4t[mJ]$$

$$E_{(1ms)} = 2.4 \cdot (1)[mJ]$$

$$E_{(1ms)} = 2.4\,[mJ]$$

## Intervalo 2.

$$1 \leq t \leq 2[ms]$$

$$p(t) = -0.95[W]$$

Así:

$$E(t) = \int_{1[ms]}^{t} -0.95[W]dt + 2.4[mJ]$$

$$E(t) = [-0.95[W]]_{1[ms]}^{t} + 2.4[mJ]$$

$$E(t) = (-0.95[W] \cdot t[ms]) - (-0.95[W] \cdot 1[ms]) + 2.4[mJ]$$

$$E(t) = -0.95t[mJ] + 0.95[mJ] + 2.4[mJ]$$

$$E(t) = -0.95t[mJ] + 3.35[mJ]$$

Así para el intervalo dos la ecuación es igual a:

$$E(t) = (-0.95t + 3.35)\,[mJ]$$

t expresado en [ms]

**Hallamos condición inicial para el siguiente tramo.**

$$E(t) = (-0.95t + 3.35)\,[mJ]$$

$$E_{2(ms)} = (-0.95 \cdot (2) + 3.35)\,[mJ]$$

$$E_{2(ms)} = 1.45\,[mJ]$$

## Intervalo 3.

$$2 \leq t \leq 3[ms]$$

$$p(t) = 0$$

Así:

$$E(t) = \int_{2[ms]}^{t} 0dt + 1.45[mJ]$$

Así para el intervalo tres la ecuación es igual a:

$$E(t) = 1.45\,[mJ]$$

t expresado en [ms]

**Hallamos condición inicial para el siguiente tramo.**

$$E(t) = 1.45[mJ]$$

$$E_{3(ms)} = 1.45\,[mJ]$$

## Intervalo 4.

$$3 \leq t \leq 4[ms]$$

$$p(t) = 1.44[W]$$

Así:

$$E(t) = \int_{3[ms]}^{t} 1.44[W]dt + 1.45[mJ]$$

$$E(t) = (1.44[W] \cdot t[ms]) - (1.44[W] \cdot 3[ms]) + 1.45[mJ]$$

$$E(t) = 1.44t[mJ] - 4.32[mJ] + 1.45[mJ]$$

Así para el intervalo cuatro la ecuación es igual a:

$$E(t) = 1.44t - 2.87\,[mJ]$$

t expresado en [ms]

**Hallamos condición inicial para el siguiente tramo.**

$$E(t) = 1.44t - 2.87[mJ]$$

$$E_{4(ms)} = 1.44 \cdot (4) - 2.87[mJ]$$

$$E_{4(ms)} = 2.89\,[mJ]$$

## Intervalo 5.

$$4 \leq t \leq 6[ms]$$

$$p(t) = 2.4t - 12[W]$$

Así:

$$E(t) = \int_{4[ms]}^{t} 2.4t - 12[W]dt + 2.89[mJ]$$

$$E(t) = \big(1.2[W] \cdot t^2[ms]\big) - (1.2[W] \cdot 16[ms]) - (12[W] \cdot t[ms]) + (12[W] \cdot 4[ms]) + 2.89[mJ]$$

$$E(t) = 1.2t^2[mJ] - 19.2[mJ] - 12t[mJ] + 48[mJ] + 2.89[mJ]$$

$$E(t) = 1.2t^2[mJ] - 12t[mJ] + 31.69[mJ]$$

Así para el intervalo cinco la ecuación es igual a:

$$E(t) = \big(1.2t^2 - 12t + 31.69\big)\,[mJ]$$

t expresado en [ms]

**Obtenemos todas las expresiones matemáticas.**

$$E(t) = \begin{cases} 2.4t\,[mJ] & 0 \leq t < 1[ms] \\ -0.95t + 3.35\,[mJ] & 1 \leq t \leq 2[ms] \\ 1.45\,[mJ] & 2 \leq t \leq 3[ms] \\ 1.44t - 2.87\,[mJ] & 3 \leq t \leq 4[ms] \\ 1.2t^2 - 12t + 31.69\,[mJ] & 4 \leq t \leq 6[ms] \end{cases}$$

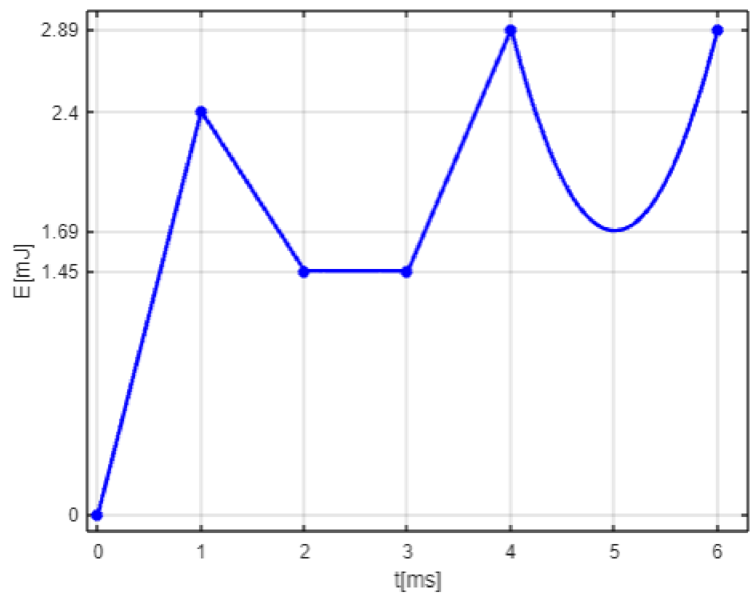


Figura 5: Gráfica de energía eléctrica